



Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje
Studij računarstva

Fizika 1

Predavanje 3

Kružno gibanje. Općenito krivocrtno gibanje. Kosi hitac.

13. listopada 2008.

Dr. sc. Ivica Puljak

(Ivica.Puljak@fesb.hr)

Sažetak (1)

- ◆ **Mehanika**: dio fizike koji proučava zakon gibanja tijela
- ◆ **Mehanika = Kinematika + Dinamika**
- ◆ **Kinematika**: proučava gibanje bez obzira na uzroke gibanja i na svojstva tijela koja se gibaju
- ◆ **Dinamika**: proučava uzroke gibanja i utjecaj sile i mase na gibanje
- ◆ **Mirovanje** je poseban oblik gibanja

1. Materijalna točka

- **Materijalna točka**: tijelo zanemarivih dimenzija, prikazano jednom točkom
- **Položaj** materijalne točke ovosi o referentnom sustavu
- **Referentni sustav** je stvar izbora (najčešće izabiremo **laboratorijski sustav**)
- **Radij vektorom** određujemo **položaj** čestice ($\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$)
- **Putanja**: skup svih točaka kroz koje prolazi materijalna točka koja se giba
- **Put** (skalar): prijeđena udaljenost po putanji od neke početne točke
- **Pomak** (vektor): promjena vektora položaja ($\Delta\vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$)

Sažetak (2)

◆ Jednoliko pravocrtno gibanje. Brzina.

- **Brzina:** omjer pređenog puta s i za to potrebnog vremena, $v = s/t$
- U ovom primjeru brzina je konstantna
- **Položaj** materijalne točke mijenja se po zakonu (x_0 je početni položaj): $x = x_0 + vt$
- **Grafički prikaz (s - t dijagram):**
 - put je linearna funkcija vremena
 - koeficijent smjera pravca ovisi o brzini

◆ Nejednoliko pravocrtno gibanje. Akceleracija.

- Smjer brzine konstantan, ali se iznos mijenja (put=pomak)
- **Srednja brzina:** omjer prijeđenog puta s i za to potrebnog vremenskog intervala, $\bar{v} = \Delta x / \Delta t$
- **Trenutna brzina:** vremenska derivacija puta, $v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$
- **Prevaljeni put:** vremenski integral brzine, površina ispod krivulje $v(t)$, $s = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_i \bar{v}_i \Delta t_i = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$
- **Srednja akceleracija:** omjer promjene brzine Δv i za to potrebnog vremenskog intervala, $\bar{a} = \Delta v / \Delta t$
- **Trenutna akceleracija:** vremenska derivacija trenutne brzine, druga vremenska derivacija položaja

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) = \frac{d^2 x}{dt^2} = \ddot{x}$$

13. listopad 2008.

Studij racunarstva, Fizika 1, Predavanje 3

3

Sažetak (3)

◆ Gibanje s konstantom akceleracijom. Slobodni pad.

- **Brzina:** vremenski integral akceleracije (v_0 je početna brzina),

$$v = v_0 + \int_0^t a dt = v_0 + at$$

- **Položaj:** vremenski integral brzine,

$$x = x_0 + \int_0^t v dt = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

- **Ubrzano gibanje:** akceleracija i brzina u istom smjeru
- **Usporeno gibanje:** akceleracija i brzina u suprotnom smjeru
- **Slobodni pad:** gibanje s konstantnom akceleracijom $g=9,81 \text{ m/s}^2$

13. listopad 2008.

Studij racunarstva, Fizika 1, Predavanje 3

4

Danas ćemo raditi:

◆ P. Kulišić: "Mehanika i toplina", Poglavlje 2

- Jednoliko kružno gibanje
- Nejednoliko kružno gibanje
- Općenito krivocrtno gibanje u ravnini
- Kosi hitac

13. listopada 2008.

Studij racunarstva, Fizika 1, Predavanje 3

5

Priča

1922. godine jedan od članova poznate cirkuske obitelji Zacchinis, bio je prvi čovjek koji je ispaljen iz topa i uspješno sletio u mrežu. Kako bi povećali uzbuđenje obitelj je postupno povećavala visinu i udaljenost leta, dok 1939. ili 1940. Emanuel Zacchini nije preletio tri tzv. Ferrisova kotača (panoramski kotač) i sletio na horizontalnoj udaljenosti od 69 m.

Kako je Emanuel mogao znati gdje će staviti mrežu, i kako je mogao biti siguran da neće zapeti za Ferrisove kotače?

Odgovor ćete saznati na današnjem predavanju.



13. listopada 2008.

Studij racunarstva, Fizika 1, Predavanje 3

6

Kružna gibanja

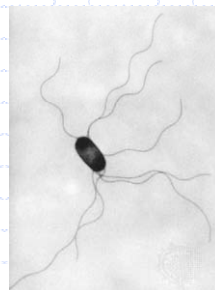
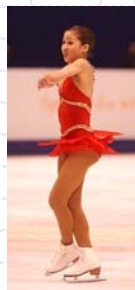
Translacija



Rotacija



Rotacija je prisutna svugdje u svemiru, na svakoj protornoj i vremenskoj skali. Galaksija prikazana na lijevoj slici napravi jednu rotaciju oko centra u vremenu od nekoliko milijuna godina. Djevojka na klizaljkama u sredini slike rotira oko svoje osi nekoliko puta u sekundi. Bakterija na desnoj slici giba se pomoću vrlo brzog rotiranja svojih krakova (tankih niti koje izlaze iz središnjeg dijela)



13. listopad 2008.

Studij racunarstva, Fizika 1, Predavanje 3

7

Prividno gibanje zvijezda

Tragovi zvijezda daju nam vrlo lijepu ilustraciju veze između kuta, duljine luka i radijusa kod kružnog gibanja. Naravno, zvijezde se ne gibaju po nebeskom svodu, ali zbog rotacije Zemlje, izgleda kao da imaju kružnu putanju na noćnom nebu, sa Polarnom zvijezdom vrlo blizu središta vrtnje. Ova slika je napravljena otvaranjem otvora objektiva fotoaparata u određenom vremenskom periodu.

Primjetite da se za vrijeme trajanja ekspozicije svaka zvijezda pomakne za isti kut. Međutim, zvijezde udaljenije od osi vrtnje imaju veće duljine luka kojeg opisuju.



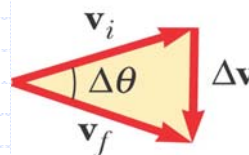
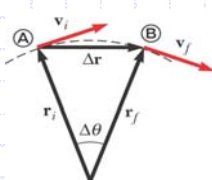
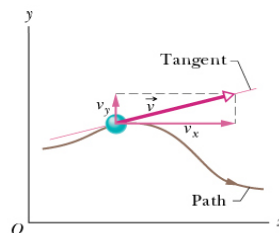
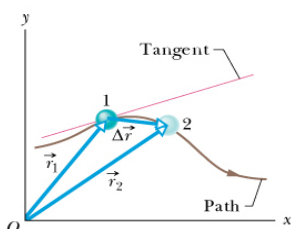
13. listopad 2008.

Studij racunarstva, Fizika 1, Predavanje 3

8

Krivocrtno gibanje

- Putanja nije pravac, postoji promjena ne samo iznosa već i smjera brzine.



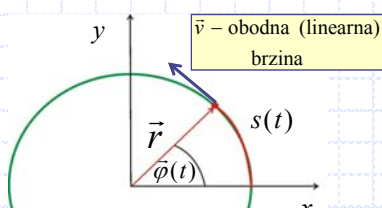
13. listopad 2008.

Studij racunarstva, Fizika 1, Predavanje 3

9

Gibanje po kružnici, kut, kutna brzina

- Kod gibanja po kružnici položaj čestice jednoznačno je određen samo kutom koji radij vektor položaja zatvara s nekim referentnim pravcem.
- Kut je vektor, čiji je smjer okomit na ravnini u kojoj se nalazi putanja.

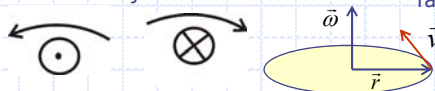

 $s(t) = r \cdot \varphi(t)$; $\varphi(t)$ – pazi kut treba izraziti u radijanima

$$v(t) = \frac{ds(t)}{dt} = \frac{d}{dt}(r \cdot \varphi(t)) = r \cdot \frac{d\varphi(t)}{dt} = r \cdot \omega$$

ω (rad/s) – kutna brzina

Kut $\varphi(t)$ i $\omega(t)$ su vektori čiji se smjer određuje po pravilu desne ruke: prsti dlana se zakrivu u smjeru vrtnje a palac pokazuje smjer kuta φ odnosno smjer kutne brzine ω . Pravac duž kojeg leži kutna brzina uvijek je okomit na ravninu kruženja.

Oznaka za smjer kutne brzine



$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

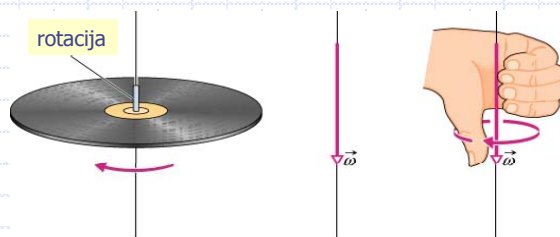
13. listopad 2008.

Studij racunarstva, Fizika 1, Predavanje 3

10

Određivanje smjera vektora kutne brzine

- Smjer vektora kutne brzine određuje se po pravilu desne ruke: Prsti dlana desne ruke zakrenu se u smjeru rotacije čestice a palac pokazuje smjer vektora kutne brzine.



13. listopad 2008.

Studij racunarstva, Fizika 1, Predavanje 3

11

Gibanje po kružnici

- Period vrtnje ili ophodno vrijeme je vrijeme potrebno da čestica napravi jedna okretaj tj. da prebriše puni kut (2π radijana):

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega} \quad [T] = s$$

- Frekvencija je broj okretaja u jedinici vremena:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad [f] = \frac{1}{s} = \text{Hz}$$

- Kut koji čestica prebriše gibajući se jednolikom kutnom brzinom:

$$\vec{\varphi}(t) = \int_0^t \vec{\omega} dt = \vec{\varphi}_o + \vec{\omega} \cdot t$$

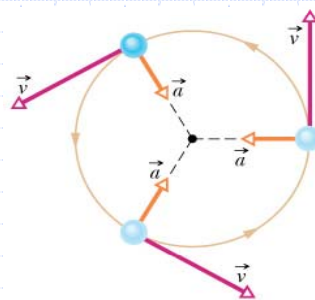
13. listopad 2008.

Studij racunarstva, Fizika 1, Predavanje 3

12

Centripetalna akceleracija

- Centripetalna akceleracija odgovorna je za promjenu smjera brzina, njen iznos je v^2/r (v – obodna brzina čestice koja se giba po krivocrtnoj putanji čiji je polumjer zakrivljenosti r), a usmjerena je prema centru zakrivljenosti putanje.
- Kad se čestica giba po kružnoj putanji brzinom konstantnog iznosa svejedno postoji akceleracija zbog promjene smjera brzine, tu akceleraciju zovemo centripetalna ili radijalna ili normalna, zato jer je usmjerena prema centru putanje, tj. eži duž radijusa odnosno okomita (normalna) je na vektor obodne brzine.



13. listopad 2008.

Studij racunarstva, Fizika 1, Predavanje 3

13

Nejednoliko kružno gibanje

- Pri nejednolikom kružnom gibanju čestica se giba po kružnoj putanji nejednolikom brzinom, iznos vektora kutne i obodne brzine se mijenja tijekom vremena.
- Zbog promjene iznosa kutne odnosno obodne brzine postoji uz centripetalnu akceleraciju, koja je odgovorna za promjenu smjera obodne brzine, i akceleracija koja uzrokuje promijenu iznosa kutne brzine – kutna akceleracija odnosno tangencijalna ili linearna akceleracija
- postoji jednoznačna veza između kutne i tangencijalne akceleracije

$$|\vec{a}_t| = \frac{dv}{dt} \text{ – tangencijalna akceleracija}$$

smjer duž tangente na putanju

$$\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2} \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \right)$$

kutna akceleracija

$$a_t = \frac{d(r\omega)}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} = r\alpha$$

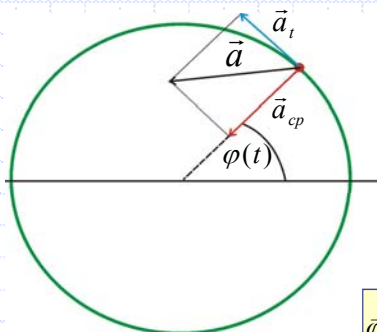
13. listopad 2008.

Studij racunarstva, Fizika 1, Predavanje 3

14

Nejednoliko kružno gibanje

- Konstantna kutna akceleracija ($\vec{\alpha} = konst.$), može biti u smjeru kutne brzine pa je riječ o jednoliko ubrzanom kružnom gibanju, a ako je kutna akceleracija u suprotnom smjeru od smjera kutne brzine onda je riječ o jednoliko usporenom kružnom gibanju.



$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_{cp}$$

$$a = |\vec{a}| = \sqrt{a_t^2 + a_{cp}^2} = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \frac{v^4}{r^2}}$$

Kad je $\vec{\alpha} = konst.$ dobiju se izrazi za kutnu brzinu i kut:

$$\vec{\omega}(t) = \int_0^t \vec{\alpha} dt = \vec{\omega}_0 \pm \vec{\alpha} t ; \quad \text{za } \vec{\alpha} = konst.$$

$$\vec{\varphi}(t) = \int_0^t \vec{\omega}(t) dt = \int_0^t (\vec{\omega}_0 + \vec{\alpha} t) dt = \vec{\varphi}_0 + \vec{\omega}_0 t \pm \frac{1}{2} \vec{\alpha} t^2$$

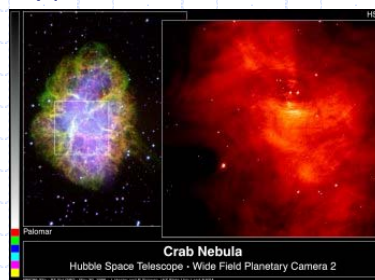
13. listopad 2008.

Studij racunarstva, Fizika 1, Predavanje 3

15

Rakovica

- Jedan od najbolje ispitanih objekata u svemiru je Rakovica, maglica ostatak eksplozije supernove, primjećene od Kineza 1054. godine. 1968. godine otkriven je pulsar – neutronska zvijezda koja vrlo brzo rotira i emitira pulseve radio valova pri svakom okretu - u blizini središta Rakovice. Period ovog pulsara je 33 ms. Kolika je kutna brzina (u rad/s) pulsara u Rakovici?



Slika lijevo je Rakovica prikazana u pravoj boji dobivena vidljivim svjetlom. Slika desno je povećanje jednog dijela lijeve slike, ovaj put u drugom spektru. Pulsar je lijevi član dvojnog sustava zvijezda malo iznad centra slike.

- Rezultat: **190,4 rad/s.**

13. listopad 2008.

Studij racunarstva, Fizika 1, Predavanje 3

16

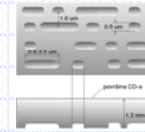
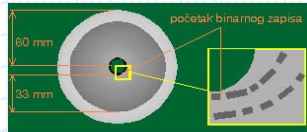
Kružna gibanja u kompjuteru – CD/DVD

◆ Nekoliko podataka o CD-u

■ Radijus diska, $R = 60 \text{ mm}$

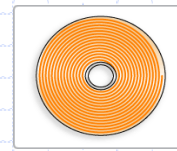
■ Zapis:

- Početak, $r_p = 25 \text{ mm}$
- Kraj, $r_k = 58 \text{ mm}$
- Širina = 33 mm



◆ Jednostavan račun (audio CD):

- Ukupan broj krugova zapisa (N) =
ukupna širina zapisa (33 mm)/razmak dva susjedna zapisa
($1,6 \mu\text{m}$) = **20 625**
- Približna dužina zapisa = $N \cdot$ prosječni opseg
($2 \cdot \pi \cdot (25+58)/2$) = **5,38 km**
(procjena vrlo blizu stvarne dužine od **6,5 km**)
- Kutna brzina vrtnje = $N/\text{vremensko trajanje zapisa}$ (oko 60 min) = **344 okretaja/min**



13. listopad 2008.

Studij racunarstva, Fizika 1, Predavanje 3

17

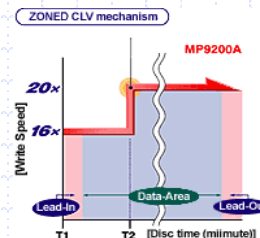
CD/DVD - nastavak

◆ Nekoliko načina vrtnje:

- Konstantna linearna brzina (engl. **CLV**, constant linear velocity)
 - Kutna brzina se smanjuje od sredine prema kraju
 - Npr. 1X CLV kutna brzina: 500 okr/min na unutarnjem radijusu, 300 okr/min na vanjskom radijusu
 - 16 X CLV: kutna brzina između 8000 i 3200 okr/min
- Konstantna kutna brzina (engl. **CAV** = constant angular velocity)
 - Podaci se čitaju sporije na unutarnjem nego na vanjskom radijusu

◆ Većina CD drive-ova koristi kombinaciju ova dva načina:

- Parcijalna konstantna kutna brzina (engl. **PCAV** = partial constant angular velocity)
 - CAV na unutarnjem radijusu, CLV na vanjskom
 - Npr. Yamaha 16 X ima 12X-16X CAV na unutarnjem radijusu, a 16X CLV na vanjskom
- Zonska konstantna linearna brzina (engl. **ZCLV** = zona constant linear velocity)
 - CLV u različitim zonama na disku
 - Npr. RICOH MP9200A, 16X CLV na unutarnjem radijusu, 20X CLV na vanjskom



13. listopad 2008.

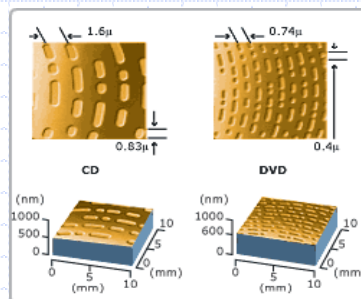
Studij racunarstva, Fizika 1, Predavanje 3

18

DVD – Digital Versatile Disk

◆ DVD (Digital Versatile Disk) Digitalni višenamjenski disk

- Gušći zapis nego kod CD-a
 - ◆ Više nego duplo manji razmak između susjednih zapisa
 - ◆ Više nego pet puta manja površina izbočina
 - ◆ Zapis moguć u više slojeva
 - ◆ Kapacitet 4,7 do 17 Gb, prema 0,68 Gb kod CD-a
- 1X kod DVD-a znači oko 1600 do oko 600 okretaja/min



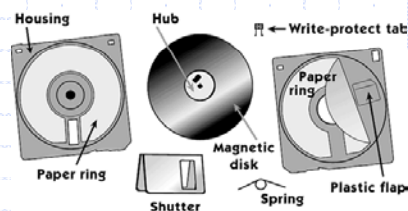
13. listopada 2008.

Studij racunarstva, Fizika 1, Predavanje 3

19

Floppy disk – *Domaći rad*

- ◆ Floppy disk od 3,5 inča u kompjuteru rotira s periodom od 0,200 s. Izračunajte:
 - a) kutnu brzinu diska,
 - b) obodnu brzinu točke na rubu diska,
 - c) Je li točka blizu centra diska ima manju, veću ili istu kutnu brzinu nego što je kutna brzina izračunata pod a).
 (Napomena: promjer diska je 3,5 inča)



Unutrašnjost floppy diska.

13. listopada 2008.

Studij racunarstva, Fizika 1, Predavanje 3

20

Kolo sreće

- U određenim igrama na sreću, kao što je npr. "Kolo sreće", igrač zavrti kolo kada dođe njegov red. Pretpostavite da jedan igrač zavrti kolo brzinom od $3,40 \text{ rad/s}$. Nakon što se vrtilo jedan puni krug i jednu četvrtinu drugog kruga, kolo se zaustavi na mjestu "BANKROT".
- a) Izračunajte kutno ubrzanje kola, pretpostavljajući da je konstantno?
- b) Koliko je vremena prošlo otkad se kolo zavrtilo do trenutka kada se zaustavilo?



- Rezultat: a) $-0,736 \text{ rad/s}^2$, b) $4,62 \text{ s}$.
- Domaći rad:* Kolika je kutna brzina kola nakon jednog punog kruga? (Rezultat: $1,52 \text{ rad/s}$)

13. listopad 2008.

Studij racunarstva, Fizika 1, Predavanje 3

21

Primjeri iz života



Na slici je prikazan uređaj koje se zove centrifuga, a instaliran je u Gagarin Cosmonaut Training Center, i koristi se za vježbanje ruskih astronauta. Ovaj uređaj koji rotira 36 okretaja u minuti, može proizvesti centripetalnu akceleraciju preko 290 m/s^2 , što je oko 30 puta veće od akceleracije sile teže. Najjača centrifuga na svijetu, u U. S. Army Corps of Engineers, može proizvesti centripetalnu akceleraciju i do 350 puta veću od akceleracije sile teže.

13. listopad 2008.

Studij racunarstva, Fizika 1, Predavanje 3



Na slici gore prikazan je medicinski uređaj koji se zove centrifuga mikrohematokrit, a koristi se za odvajanje krvnih zrnaca od plazme. Količina crvenih krvnih zrnaca u krvi je glavni faktor u određivanju kapaciteta krvi da prenosi kisik, što je vrlo važan klinički indikator bolesti.

22

Analogija pravocrtnog i kruznog gibanja

Pravocrtno	Kružno
$v = \frac{dx}{dt}$	$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$
$a = \frac{d^2x}{dt^2}$	$\alpha = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$
$v = v_0 + at$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$
$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$	$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$
$v^2 = 2a(x - x_0) + v_0^2$	$\omega^2 = 2\alpha(\varphi - \varphi_0) + \omega_0^2$

13. listopad 2008.

Studij racunarstva, Fizika 1, Predavanje 3

23

Princip superpozicije

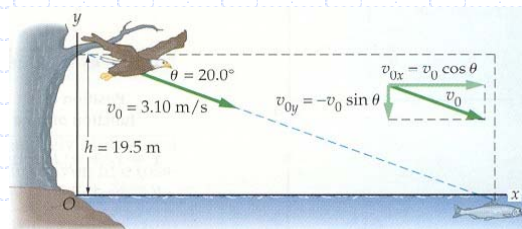
- Princip superpozicije : Ako jedno tijelo slijedi istovremeno dva ili više gibanja, tada je krajnja točka koju tijelo tim gibanjem dosegne neovisna o tome vrši li se gibanje istovremeno ili u sasvim proizvoljnom redu.

- Primjer:

Orao koji stoji na grani 19,5 m iznad vode, primjeti ribu kako pliva vrlo blizu površini vode. U tom trenutku poleti s grane i počne se spuštati prema vodi. Prilagođavajući oblik svog tijela u letu, orao zadržava stalnu brzinu od 3,10 m/s pod kutem od 20,0° ispod horizontale (prema slici).

a) Koliko vremena treba orlu da dostigne površinu vode?

b) Kolika je horizontalna udaljenost koju je prešao kad je dosegao vodu?



- Rezultat: a) 18,4 s, b) 53,5 m.

Domaći rad: Koji je položaj orla 2,00 s nakon početka leta. (Rez.: $x=5,82$ m, $y=17,4$ m)

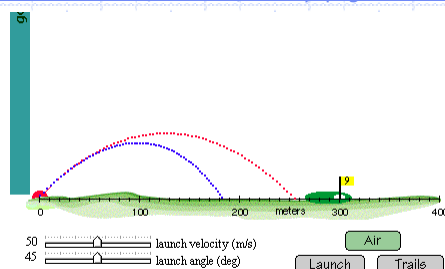
13. listopad 2008.

Studij racunarstva, Fizika 1, Predavanje 3

24

Kosi hitac

- Interaktivni primjer kosog hica (golf):
http://www.explorescience.com/activities/Activity_page.cfm?ActivityID=19



- Utjecaj zraka na kosi hitac (balistička putanja):

	Putanja 1 (zrak)	Putanja 2 (vakuum)
Domet	98,5 m	177 m
Maksimalna visina	53,0 m	78,6 m
Vrijeme leta	6,6 s	7,9 s

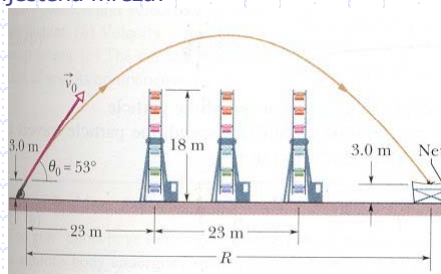
13. listopad 2008.

Studij racunarstva, Fizika 1, Predavanje 3

25

Obitelj Zacchini - Rješenje

- Na slici je prikazan let Emanuela Zacchinija preko tri Ferrisova kotača, svaki visine 18 m, smještenih prema slici. Zacchini je ispaljen brzinom $v_0 = 26,5$ m/s, pod kutem od $\theta_0 = 53^\circ$ prema horizontali, s visine od 3,0 m iznad površine tla. Mreža na koju slijeće nalazi se na istoj visini.
 - Je li Zacchini preletio Ferrisove kotače?
 - Ako je dosegao maksimalnu visinu kada je bio iznad središnjeg kotača, za koliko ga je promašio?
 - Koliko daleko od topa je trebala biti smještena mreža?



- Rezultati:** a) Zacchini je preletio kotače. b) 7,9 m, c) 69 m.

13. listopad 2008.

Studij racunarstva, Fizika 1, Predavanje 3

26

Sažetak - Jednoliko kružno gibanje

- Brzina konstantna po iznosu, ali stalno mijenja smjer
- Linearna (obodna) brzina
 - ♦ iznos = umnožak polumjera kružnice i kutne brzine, $v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = r \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = r \frac{d\varphi}{dt} = r\omega$
 - ♦ smjer = tangenta na putanju (kružnicu)
- Kutna brzina
 - ♦ iznos: vremenska derivacija prijeđenog kuta, $\omega = d\varphi/dt$
 - ♦ smjer: pravilo desne ruke, prsti slijede materijalnu točku, palac pokazuje smjer $\vec{\omega}$
- Vrijedi vektorska relacija: $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$
- Radijalna akceleracija
 - ♦ iznos = umnožak obodne i kutne brzine, $a_r = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{v \Delta \varphi}{\Delta t} = v \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = v\omega$
 - ♦ smjer = prema središtu kružnice $\vec{a}_r = -r\omega^2 \vec{r}_0 = \vec{\omega} \times \vec{v}$
- Ovisnost prijeđenog kuta o vremenu: $\varphi = \varphi_0 + \omega t$
- Frekvencija: broj okreta u sekundi, $T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$ $\omega = 2\pi f$
- Ophodno vrijeme: vrijeme za koje materijalna točka jednom obiđe kružnicu,

13. listopad 2008.

Studij racunarstva, Fizika 1, Predavanje 3

27

Sažetak - Nejednoliko kružno gibanje

- Iznos obodne brzine nije više konstantan, već se mijenja s vremenom
- Kutna akceleracija:
 - ♦ iznos: $\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$
 - ♦ smjer: isti ili suprotan smjeru kutne brzine
- Osim radijalne postoji i tangencijalna akceleracija: nastaje zbog promjene iznosa obodne brzine
 - ♦ iznos: $a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d(r\omega)}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} = r\alpha$
 - ♦ smjer: tangenta na putanju (kružnicu), $\vec{a}_t = \vec{\alpha} \times \vec{r}$
- Ukupna akceleracija: vektorski zbroj radijalne i tangencijalne akceleracije,

$$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_t$$

13. listopad 2008.

Studij racunarstva, Fizika 1, Predavanje 3

28

Sažetak (3)

Analogija pravocrtnog i kružnog gibanja:

Pravocrtno	Kružno
$v = \frac{dx}{dt}$	$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$
$a = \frac{d^2x}{dt^2}$	$\alpha = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$
$v = v_0 + at$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$
$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$	$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$
$v^2 = 2a(x - x_0) + v_0^2$	$\omega^2 = 2\alpha(\varphi - \varphi_0) + \omega_0^2$

Općenito krivocrtno gibanje u ravni

- Gibanje opisujemo pomoću vektora položaja: $\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$

- Brzina: $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \frac{dx(t)}{dt}\vec{i} + \frac{dy(t)}{dt}\vec{j} + \frac{dz(t)}{dt}\vec{k} = v_x(t)\vec{i} + v_y(t)\vec{j} + v_z(t)\vec{k}$

- Akceleracija: $\vec{a}(t) = \frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2} = \frac{d^2x(t)}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y(t)}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z(t)}{dt^2}\vec{k} = a_x(t)\vec{i} + a_y(t)\vec{j} + a_z(t)\vec{k}$

13. listopad 2008.

Studij racunarstva, Fizika 1, Predavanje 3

29

Sažetak (4)

Princip superpozicije:

Ako jedno tijelo slijedi istovremeno dva ili više gibanja, tada je krajnja točka koju tijelo tim gibanjem dosegne neovisna o tome vrši li se gibanje istovremeno ili u sasvim proizvoljnom redu.

Kosi hitac

- Gibanje po osi x: $v_x = v_0 \cos \alpha$ $x = x_0 + v_0 t \cos \alpha$

- Gibanje po osi y: $v_y = v_0 \sin \alpha - gt$ $y = y_0 + v_0 t \sin \alpha - \frac{g}{2} t^2$

Specijalni slučajevi:

- horizontalni hitac ($\alpha = 0^\circ$)
- vertikalni hitac ($\alpha = 90^\circ$)
- hitac prema dolje ($\alpha = 270^\circ$)

- Balistička krivulja: putanja uz otpor zraka

13. listopad 2008.

Studij racunarstva, Fizika 1, Predavanje 3

30

Pitanja za provjeru znanja

1. **Definirajte kinematičke veličine pri kružnom gibanju materijalne točke: kut, kutnu brzinu, kutnu akceleraciju, period, frekvenciju, obodnu brzinu, radijalnu akceleraciju, tangencijalnu akceleraciju, ukupnu akceleraciju. (obavezno)**
2. Izvedite izraz za radijalnu (centripetalnu) i tangencijalnu akceleraciju pri kružnom gibanju.
3. Uočite formalnu analogiju između pravocrtnog i kružnog gibanja. Načinite tablicu koja daje korespondenciju formula za pravocrtno i kružno gibanje.
4. **Definirajte pomak, brzinu i akceleraciju pri općenitom krivocrtnom gibanju u ravnini (obavezno).**
5. Napišite princip superpozicije. Pokažite kako se jednoliko kružno gibanje može razmatrati kao superpozicija neovisnih pravocrtnih gibanja po međusobno okomitim osima.
6. Objasnite kosi hitac. Diskutirajte posebno horizontalni hitac, vertikalni hitac i hitac prema dolje.