



Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje

Studij računarstva

Fizika 1

Auditorne vježbe – 3

Kružna gibanja

17. listopada 2008.

Dunja Polić

dunja.polic@fesb.hr

Ponavljjanje – jednoliko kružno gibanje

- Brzina konstantna po iznosu, ali stalno mijenja smjer
- Linearna (obodna) brzina
 - ♦ iznos = umnožak polumjera kružnice i kutne brzine, $v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta l}{\Delta t} = r \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = r \frac{d\varphi}{dt} = r\omega$
 - ♦ smjer = tangenta na putanju (kružnicu)
- Kutna brzina
 - ♦ iznos: vremenska derivacija prijeđenog kuta, $\omega = d\varphi/dt$
 - ♦ smjer: pravilo desne ruke, prsti slijede materijalnu točku, palac pokazuje smjer $\vec{\omega}$
- Vrijedi vektorska relacija: $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$
- Radijalna akceleracija
 - ♦ iznos = umnožak obodne i kutne brzine, $a_r = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{v \Delta \varphi}{\Delta t} = v \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = v\omega$
 - ♦ smjer = prema središtu kružnice, $\vec{a}_r = -r\omega^2 \vec{r}_0 = \vec{\omega} \times \vec{v}$
- Ovisnost prijeđenog kuta o vremenu: $\varphi = \varphi_0 + \omega t$
- Frekvencija: broj okreta u sekundi, $\omega = 2\pi f$
- Ophodno vrijeme: vrijeme za koje materijalna točka jednom obiđe kružnicu, $T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$

Primjer 1

Jednoliko kružno gibanje

- ◆ "Top gun" piloti trebaju biti jako pažljivi pri lupinzima. Pri centripetalnoj akceleraciji, s glavom usmjerenom prema središtu zakrivljenosti putanje, pritisak krvi u mozgu se smanjuje, dovodeći do gubitka moždanih funkcija. Postoji nekoliko znakova upozorenja za pilota: kada je centripetalna akceleracija $2g$ ili $3g$, pilot se osjeća teškim. Na oko $4g$, pilot vidi samo crno-bijele slike i vidno polju mu se smanjuje na tzv. "tunelski vid". Ako se ova akceleracija održi duže vrijeme, ili se poveća, gubi se vid, i uskoro dolazi do nesvjesnog stanja – tzv. *g-LOC "g-induced loss of consciousness"*.

Kolika je centripetalna akceleracija, izražena u jedinicama akceleracije sile teže (g), ako pilot leti u avionu F-22, brzinom 2500 km/h (694 m/s), u kružnoj putanji s radijusom zakrivljenosti $r = 5,80$ km?

- ◆ Rezultat: $a = 8,5 g$

Kad bi se neki nepažljivi pilot pokušao ovakav manevar, skoro trenutno našao bi se u g-LOC situaciji bez znakova upozorenja na opasnost.

Primjer 2

Jednoliko kružno gibanje

- ◆ Pretpostavite da se Zemlja oko Sunca, odnosno Mjesec oko Zemlje gibaju jednoliko po kružnici. Srednja udaljenost središta Zemlje i Sunca jest $1,49 \cdot 10^{11}$ m, a Zemlje i Mjeseca $3,84 \cdot 10^8$ m. Ophodno vrijeme Zemlje oko Sunca jest 365,25 dana, a Mjeseca oko Zemlje 27,32 dana. Pomoću ovih podataka izračunajte kutnu i obodnu brzinu te centripetalnu (radijalnu) akceleraciju za gibanje:
- a) Zemlje oko Sunca
 - b) Mjeseca oko Zemlje
 - c) Kolika je kutna brzina rotacije Zemlje oko svoje osi?
 - d) Koliku obodnu brzinu ima pritom točka Zemljine površine na ekvatoru, odnosno na zemljopisnoj širini Zagreba ($\varphi = 45,82^\circ$)

◆ Rezultat: a) $\omega = 2 \cdot 10^{-7}$ rad/s, $v = 30$ km/s, $a_r = 6 \cdot 10^{-3}$ m/s²,
b) $\omega = 2,66 \cdot 10^{-6}$ rad/s, $v = 1022$ m/s, $a_r = 2,7 \cdot 10^{-3}$ m/s²,
c) $\omega = 7,27 \cdot 10^{-5}$ rad/s, d) $v_{ekv} = 0,463$ km/s, $v_\varphi = 0,322$ km/s

Primjer 3

Jednoliko kružno gibanje

- ◆ Kalem konca, sastavljen od valjka radijusa $r=2$ cm i bočnih strana oblika kruga radijusa $R=3$ cm postavljen je na horizontalnu ravninu. Izračunati brzinu osi kalema u odnosu na podlogu, ako se konac namotan na kalem vuče brzinom $v_k=10$ cm/s u odnosu na podlogu.

- ◆ Rezultat: a) $v=6$ cm/s

Primjer 4

Jednoliko kružno gibanje

◆ Cilindar polumjera $R=0.2$ m vrti se između dviju paralelnih traka koje se gibaju brzinama $v_1=0.5$ m/s i $v_2=0.2$ m/s. Nema klizanja. Naći kutnu brzinu vrtnje cilindra i brzinu njegovog centra

- A) kad se trake gibaju u istom smjeru

- B) Kad se trake gibaju u suprotnom smjeru

◆ Rezultat: a) $v=0,35$ m/s, $\omega=0,75$ s⁻¹ b) $v=0,15$ m/s, $\omega=1,75$ s⁻¹

Ponavljjanje – nejednoliko kružno gibanje

- Iznos obodne brzine nije više konstantan, već se mijenja s vremenom
- **Kutna akceleracija:**
 - ♦ iznos: $\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$
 - ♦ smjer: isti ili suprotan smjeru kutne brzine $\vec{\omega}$
- Osim radijalne postoji i **tangencijalna akceleracija**: nastaje zbog promjene iznosa obodne brzine
 - ♦ iznos: $a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d(r\omega)}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} = r\alpha$
 - ♦ smjer: tangenta na putanju (kružnicu), $\vec{a}_t = \vec{\alpha} \times \vec{r}$
- **Ukupna akceleracija**: vektorski zbroj radijalne i tangencijalne akceleracije, $\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_t$

◆ Analogija pravocrtnog i kružnog gibanja:

Pravocrtno	Kružno
$v = \frac{dx}{dt}$	$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$
$a = \frac{d^2x}{dt^2}$	$\alpha = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$
$v = v_0 + at$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$
$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$	$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$
$v^2 = 2ax + v_0^2$	$\omega^2 = 2\alpha\varphi + \omega_0^2$

Primjer 5

Nejednoliko kružno gibanje

- ◆ Automobil se kreće zavojem polumjera zakrivljenosti 500 m ubrzavajući se u tangencijalnom smjeru akceleracijom $0,5 \text{ m/s}^2$. Izračunajte centripetalnu i ukupnu akceleraciju automobila u trenutku kada mu je brzina 72 km/h. Koliko je vremena potrebno da automobil ubrza od 54 km/h do 72 km/h?

- ◆ Rezultat : $a_{cp}=0,8 \text{ m/s}^2$, $a_{uk}=0,94 \text{ m/s}^2$, $t=10 \text{ s}$

Primjer 6

Nejednoliko kružno gibanje

◆ Dok se vozite na Rotoru (rotirajući cilindar-sprava u lunaparku) primijetite čovjeka prestravljenog zbog doživljenih efekata i smanjite kutnu brzinu cilindra s $3,40 \text{ rad/s}$ na $2,00 \text{ rad/s}$ u 20 okretaja, pri konstantnoj kutnoj akceleraciji (radi se očigledno o više "translacijskoj" nego "rotacijskoj" osobi ☺).

a) Kolika je konstantna kutna akceleracija tijekom smanjivanja kutne brzine?

b) Koliko je vremena proteklo?

◆ Rezultat : a) $\alpha = -0,0301 \text{ rad/s}^2$, b) $t = 46,5 \text{ s}$.

Primjer 7

Nejednoliko kružno gibanje

- ◆ Kotač automobila, promjera 64 cm, okreće se brzinom od 900 okretaja u minuti. Ako je put kočenja vozila pri takvoj brzini 80 m, izračunati kutnu akceleraciju kotača i vrijeme potrebno da se zaustavi.

◆ Rezultat : a) $\alpha = 17,77 \text{ rad/s}^2$, b) $t = 5,31 \text{ s}$.

Zadaci za vježbu

- ◆ P. Kulišić i ostali: *Riješeni zadaci iz mehanike i topline*, Poglavlje 2
 - Zadaci (str. 46): 2.16., 2.17. i 2.18.