



Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje
Studij računarstva

Fizika

Predavanje 4

Dinamika čestice.

27. listopada 2008.

Dr. sc. Ivica Puljak
(Ivica.Puljak@fesb.hr)

Danas ćemo raditi:

(P. Kulišić: "Mehanika i toplina", Poglavlje 3)

- Dinamika čestice
 - Masa, sila, količina gibanja
 - Prvi Newtonov zakon. Inercijalni sustavi
 - Drugi Newtonov zakon
 - Masa i težina
 - Treći Newtonov zakon
 - Količina gibanja i impuls sile
 - Sila trenja

27. listopada 2008.

Fizika I - Računarstvo, Predavanje 4

2

Priča

4. travnja 1974. John Massis iz Belgije uspio je za 1 m pomaknuti dva putnička vagona newyorkških željeznica zubima povlačeći konop učvršćen jednim krajem za vagone dok se nogama odupirao o pragove željezničke pruge. Ukupna masa vagona bila je oko 70 tona.

Je li Massis trebao uložiti nadljudske napore da bi ubrzao vagone?



Odgovor ćete saznati na današnjem predavanju.

27. listopada 2008.

Fizika1 - Računarstvo, Predavanje 4

3

Definicija dinamike

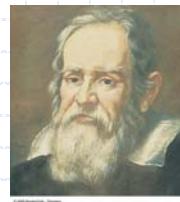
- Dinamika objašnjava zašto se tijela gibaju na način na koji se gibaju.
- Dinamika povezuje kinematske veličine pomak, brzinu i akceleraciju s dvije nove fizikalne veličine: **silom i masom**.
- 1686 I. Newton (1643-1727) obavio djelo: "**Philosophiae Naturalis Principia Mathematica**" u kojem su prvi put zakoni gibanja (Newtonovi zakoni) jasno formulirani.
- **Newtonovi zakoni** su temelj klasične mehanike (Newtonove mehanike).
- Kad su brzine tijela jako velike (blizu brzine svjetlosti) Newtonova mehanika ne daje točan opis gibanja već treba koristiti **Einsteinovu specijalnu teoriju relativnosti**.
- Kad se ispituje ponašanje materije na jako malim udaljenostima reda veličine atoma ($\sim 10^{-10}$ m), Newtonovu mehaniku treba zamijeniti **kvantnom mehanikom**.
- Newtonova (klasična mehanika) odlično opisuje prirodu materije na makroskopskim skalama (dimenzije tijela veće od dimenzija atoma) te na brzinama znatno manjim od brzine svjetlosti.

27. listopada 2008.

Fizika1 - Računarstvo, Predavanje 4

4

Masa, količina gibanja i sila



- Svojstvo tijela da zadržava svoje stanje gibanja ili mirovanja je **ustrajnost, tromost ili inercija**.
- Galileli je prvi uveo pojam inercije.
- Masa (troma masa) je kvantitativna mjera tromosti tijela, oznaka: m, [m]=kg**
- Količina gibanja materijalne točke mase m koja se giba brzinom \vec{v} je po definiciji: $\vec{p} = m\vec{v}$ $[\vec{p}] = \text{kg} \frac{m}{s}$
- Sila je rezultat interakcije između dvaju tijela ili tijela i okoline (okolnih tijela).
- Interakcija između tijela se može ostvariti dvojako:
 - kontaktna sila - postoji direktni kontakt između tijela, npr. guramo ili vučemo neko tijelo
 - djelovanje na daljinu, tijela nisu u neposrednom kontaktu, gravitacijska sila, električna sila

27. listopada 2008.

Fizika1 - Računarstvo, Predavanje 4

5

Mase nekih objekata (u kg)

<input type="checkbox"/> Zemlja	$5,97 \times 10^{24}$
<input type="checkbox"/> Space Shuttle	2 000 000
<input type="checkbox"/> Plavi kit (najveća životinja na Zemlji)	178 000
<input type="checkbox"/> Bijeli morski pas (najveća riba)	18 000
<input type="checkbox"/> Slon (najveća kopnena životinja)	5 400
<input type="checkbox"/> Automobil	1 200
<input type="checkbox"/> Čovjek (odrasli)	70
<input type="checkbox"/> Litra mlijeka	1
<input type="checkbox"/> Loptica za tenis	0,145
<input type="checkbox"/> Pčela	0,00015
<input type="checkbox"/> Bakterija	10^{-15}
<input type="checkbox"/> Elektron	$9,11 \times 10^{-31}$

27. listopada 2008.

Fizika1 - Računarstvo, Predavanje 4

6

Gustoće nekih tvari

Tvar	Gustoća (kg/m ³)
zrak	1,29
pluto	250
benzin	700
alkohol	790
led	920
voda	1 000
aluminij	2 700
cink	7 100

Tvar	Gustoća (kg/m ³)
željezo	7 800
bakar	8 900
srebro	10 500
ollovo	11 300
živa	13 600
uran	18 700
zlato	19 000
platina	21 500

27. listopada 2008.

Fizika1 - Računarstvo, Predavanje 4

7

Sila

- Sila \vec{F} je vektorska veličina, u fizici se sila opisuje pomoću njezina djelovanja.
- Djelovanje može biti dvojako:
 - dinamičko - sila može promjeniti stanje gibanja tijela, ubrzati ili usporiti tijelo.
 - statičko - sila može promjeniti oblik tijela, deformirati tijelo.
- Sila iznosi 1 N (njutn) ako masi od 1 kg daje ubrzanje od 1 m/s².

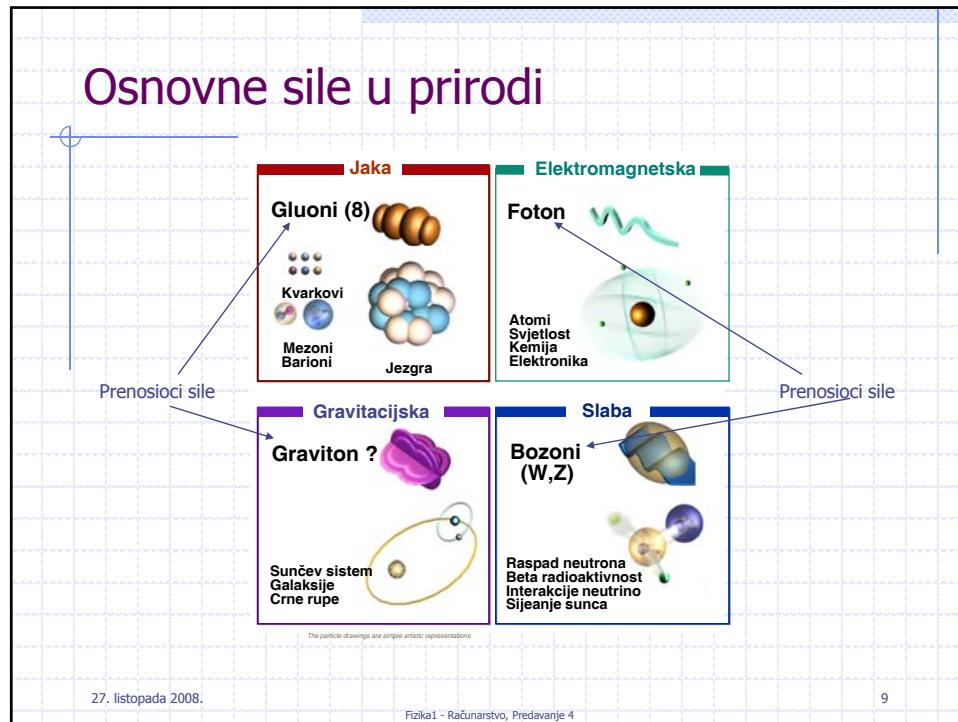
$$[\vec{F}] = 1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$1 kp = 9,81 \text{ N}$$

27. listopada 2008.

Fizika1 - Računarstvo, Predavanje 4

8



Tipične sile (mjerene u N)

<input type="checkbox"/> Raketa Saturn V	33 800 000
<input type="checkbox"/> Glavni motor space shuttlea	2 000 000
<input type="checkbox"/> Vučna sila lokomotive	100 000
<input type="checkbox"/> Sila mlaznog motora	75 000
<input type="checkbox"/> Sila potrebna za ubrzanje auta	7 000
<input type="checkbox"/> Težina odrasle osobe	700
<input type="checkbox"/> Težina jabuke	1
<input type="checkbox"/> Težina ruže	0,1
<input type="checkbox"/> Težina mrava	0,001

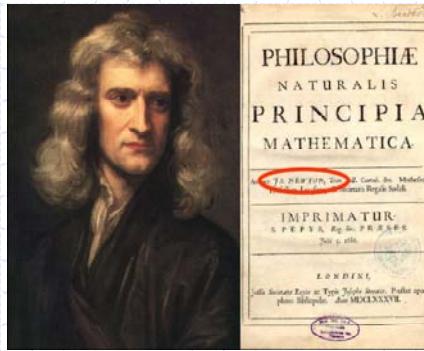
Bottom left: 27. listopada 2008.

Bottom center: Fizika1 - Računarstvo, Predavanje 4

Bottom right: 10

Isaac Newton

- Engleski fizičar i matematičar (1642-1727) Isaac Newton je jedan od najvećih znanstvenika u povijesti.
- Prije 300 godine formulirao osnove koncepte i zakone mehanike, otkrio univerzalni zakon gravitacije i izmislio diferencijalni račun.
- Što mu je omogućilo da objasni mnoge pojave u prirodi, gibanje planeta, plimu i oseku,....
- Značajan je njegov doprinos u optici.
- Koncepti i zakoni mehanike koje je formulirao su temelj klasične fizike i dominirali su znanošću čitava 2 stoljeća, a i danas su od izuzetne važnosti.



27. listopada 2008.

11

Newtonovi zakoni

1. **Corpus omne preseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus a viribus impressis cogitur statum illum mutare.**
Svako će tijelo ostati u stanju mirovanja ili jednolikog gibanja po pravcu sve dok pod djelovanjem vanjskih sila to stanje ne promjeni.
2. **Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressae et fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur.**
Brzina promjene količine gibanja tijela proporcionalna je rezultanti vanjskih sila koje djeluju na to tijelo i zbiva se u pravcu djelovanja te sile.
3. **Actioni contraria semper at aequalem esse rectionem sive corporum duorum actions in se mutuo semper esse aequales et in partes contrarias dirigi.**

Svakom djelovanju (akcija) uvijek je suprotno i jednako protudjelovanje (reakcija); djelovanja dvaju tijela jednoga na drugog uvijek su jednaka i suprotnog smjera.

27. listopada 2008.

12

Prvi Newtonov zakon (inercijalni sustav)

Svako će tijelo ostati u stanju mirovanja ili jednolikog gibanja po pravcu sve dok pod djelovanjem vanjskih sila to stanje ne promjeni.

- Ako ima vanjskih sila ali je njihov vektorski zbroj jednak nuli tijelo miruje ili se jednoliko giba po pravcu $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = 0$
- Inercijalni referenti sustavi su sustavi u kojima vrijedi prvi Newtonov zakon.
 - U načelu svaki sustav koji miruje ili se jednoliko giba po pravcu je inercijalni referenti sustav.
- Mirovanje ili jednoliko gibanje po pravcu su ravnopravni, tj. ne možemo razlučiti mirovanje od jednolikog gibanja po pravcu, jer u jednom inercijalnom sustavu tijelo miruje dok se u drugom giba po pravcu.
- Svaki sustav koji se ubrzava je neinercijalni sustav, tako i sustav vezan za Zemlju nije u pravom smislu inercijalan, ali se u dobroj aproksimaciji može uzeti da je inercijalan jer je akceleracija Zemlje malog iznosa pa se laboratorijski sustav može smatrati inercijalnim sustavom.

27. listopada 2008.

Fizika1 - Računarstvo, Predavanje 4

13

Drugi Newtonov zakon

Brzina promjene količine gibanja tijela proporcionalna je rezultanti vanjskih sila koje djeluju na to tijelo i zbiva se u pravcu djelovanja te sile:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad - \text{jednadžba gibanja}$$

- Ako je poznat položaj i brzina čestice u nekom trenutku i ako su poznate sve sile koje djeluju na tijelo tada se iz jednadžbe gibanja može jednoznačno odrediti gibanje tj. položaj i brzina čestice u svakom trenutku.

$$\sum_i F_{ix} = m\ddot{x}$$

$$\sum_i F_{iy} = m\ddot{y}$$

$$\sum_i F_z = m\ddot{z}$$

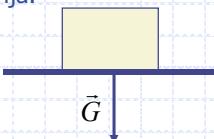
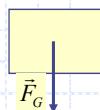
27. listopada 2008.

Fizika1 - Računarstvo, Predavanje 4

14

Masa, težina, sila teža

- ❑ Masa je svojstvo nekog tijela koje ne ovisi o okolini u kojoj se tijelo nalazi, pa je masa nekog tijela ista svugdje u Svetu miru, masa je skalar. Masa je sposobnost tijela da se opire promjeni svog stanja gibanja
- ❑ Sila teža je sila kojom Zemlja privlači to tijelo, $\vec{F}_G = m\vec{g}$, hvatište sile teže je u težištu tijela.
- ❑ Težina (\vec{G}) je sila kojom tijelo djeluje na horizontalnu podlogu ili na objesiste. Težina ovisi o ubrzajućem tijelu prema Zemljinoj površini.
- ❑ Ako tijelo miruje ili se jednolikom giba prema Zemljinoj površini težina je jednaka sili teži.
- ❑ Ako se tijelo ubrzava prema Zemljinoj površini težina će se razlikovati od sile teže.
- ❑ Sila teža na neko tijelo uvijek je ista bez obzira da li to tijelo miruje ili se ubrzava, uz uvjet da se okolina tijela ne mijenja.



27. listopada 2008.

Fizika1 - Računarstvo, Predavanje 4

15

II Newtonov zakon – primjeri iz života



- ❑ Premda je sila kojom remorker vuče brod vrlo velika, akceleracija broda je jako mala. To je posljedica činjenice da je ubrzanje objekta obrnuto proporcionalno njegovoj masi, a masa broda je ogromna.
- ❑ Sila koju osjeća ovaj nesretni igrač hokeja je mnogo manja. Međutim, ubrzanje koje osjeća igrač je puno veće nego ubrzanje broda, zbog relativno male mase igrača u usporedbi s masom broda.

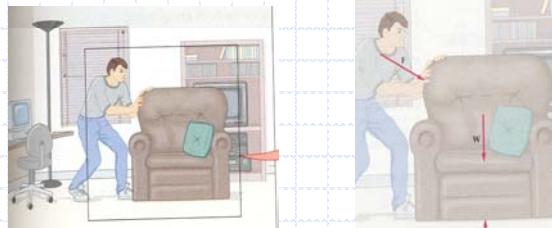
27. listopada 2008.

Fizika1 - Računarstvo, Predavanje 4

16

Taktika rješavanja problema

- Kada rješavate probleme koji uključuje sile i II Newtonov zakon, vrlo je bitno započeti sa skicom koja prikazuje sve vanjske sile koje djeluju na dani objekt.
- Ako se radi samo o pravocrtnom gibanju tada promatrani objekt možemo zamijeniti točkastim tijelom i svaku od vanjskih sila smatrati da djeluje upravo u toj točki.
- Jednom kada nacrtamo sile, odaberemo odgovarajući koordinatni sustav i primjenimo II Newtonov zakon za svaki smjer koordinatnog sustava posebno.
- Razmotrimo sljedeći primjer: čovjek pokušava pomaknuti fotelju, prema slici.
- Objekt koji promatramo je fotelja. Na nju djeluju tri sile: 1. sila F kojom djeluje čovjek, zatim 2. težina fotelje (označena s W , iz engl. weight) prema dolje, i 3. sila reakcije podloge, označena s N (više detalja o težini i sili reakcije kasnije u predavanju).



27. listopada 2008.

Fizika1 - Računarstvo, Predavanje 4

17

Taktika rješavanja problema (2)

- Sažetak potrebnih koraka:

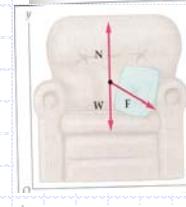
■ **Skicirate sile**

Uočite i nacrtajte sve vanjske sile koje djeluju u sistemu. Vrlo je bitno uključiti samo vanjske sile koje djeluju na određeni objekt, a naročito je važno da neku od vanjskih sila ne zaboravimo.



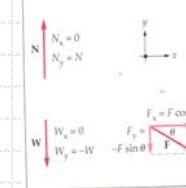
■ **Izaberite objekt koji vas zanima**

Zamijenite objekt koji vas zanima točkastim tijelom. Nacrtajte sve sile koje djeluju na tijelo kao da djeluju upravo u toj točki.



■ **Izaberite prikladan koordinatni sustav**

Bilo koji koordinatni sustav bio bi dobar. Međutim, ako se objekt giba u određenom smjeru, često je vrlo prikladno upravo taj smjer odabrati za smjer koordinatne osi. U suprotnom, zgodno je odabrati sustav kojemu su osi u smjeru jedne ili više sile koje djeluju na objekt.



■ **Rastavite sile na komponente**

Odredite komponente svih sila po smjerovima koordinatnih osi.

■ **Primjenite II Newtonov zakon za svaki od smjerova posebno**

Analizirajte gibanje po svakoj koordinatni posebno koristeći II Newtonov zakon.

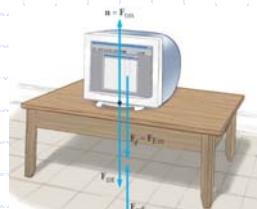
27. listopada 2008.

Fizika1 - Računarstvo, Predavanje 4

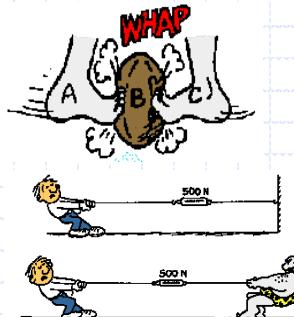
18

Treći Newtonov zakon

Svakom djelovanju (akciji) uvijek je suprotno i jednako protudjelovanje (reakcija); djelovanja dvaju tijela jednog na drugo uvijek su po iznosu jednakia i protivnog smjera.



$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$



27. listopada 2008.

Fizika1 - Računarstvo, Predavanje 4

19

Primjer – III Newtonov zakon

- Dvije grupe u kanuima sretnu se na sredini jezera. Nakon kratkih "ćakula", osoba u kanuu 1 gurne kanu 2 silom od 46 N, kako bi se kanui razdvojili. Ako je masu kanua 1 zajedno s osobama u njemu jednaka 150 kg, a masa kanua 2 s osobama u njemu iznosi 250 kg, izračunajte
 - a) ubrzanje koje je dobio svaki od kanua,
 - b) koliko su udaljeni kanui nakon 1,2 s.



- Rezultati: a) $a_1=0,18 \text{ m/s}^2$, $a_2=-0,31 \text{ m/s}^2$, b) 0,35 m.

27. listopada 2008.

Fizika1 - Računarstvo, Predavanje 4

20

Definicija: Impuls sile

- Ako na tijelo djeluje stalna sila \vec{F} u određenom vremenskom intervalu (Δt) kaže se da je tijelo dobilo impuls sile \vec{I}

$$\vec{I} = \vec{F}\Delta t$$

- Impuls sile je vektorska veličina i jednak je integralu sile po vremenu u kojem ta sila djeluje.

$$\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt$$

- Impuls sile uzrokuje promjenu količine gibanja:

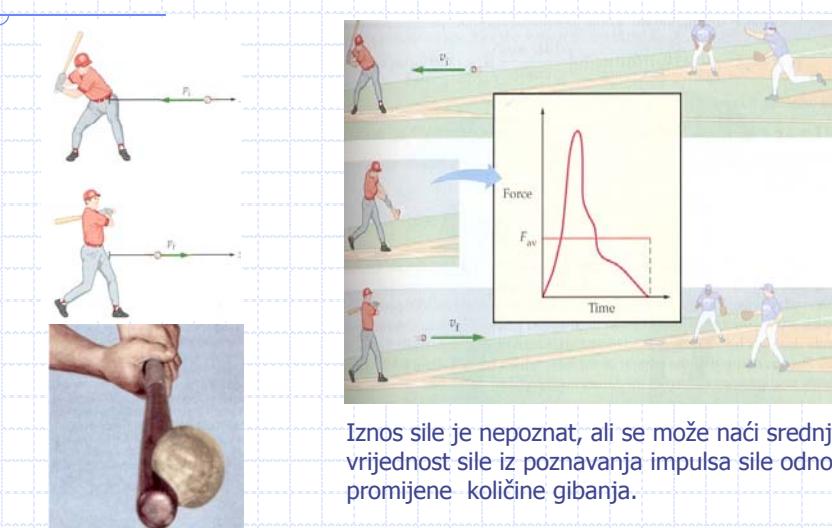
$$\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt = \int_{t_1}^{t_2} d\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$$

27. listopada 2008.

Fizika1 - Računarstvo, Predavanje 4

21

Ilustracija: Impuls sile i količina gibanja



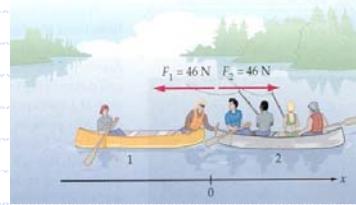
27. listopada 2008.

Fizika1 - Računarstvo, Predavanje 4

22

Primjer – Očuvanje količine gibanja

- Dvije grupe u kanuuima sretnu se na sredini jezera. Nakon kratkih "čakula", osoba u kanuu 1 gurne kanuu 2 silom od 46 N, kako bi se kanuu razdvojili. Ako je masu kanuua 1 zajedno s osobama u njemu jednaka 150 kg, a masa kanuua 2 s osobama u njemu iznosi 250 kg, izračunajte količinu gibanja svakog od kanuua nakon 1,2 sekunde od početka gibanja.



- Rezultati: $p_1 = -p_2 = -55 \text{ kgm/s}$.

Primjetite da je sačuvana količina gibanja, a ne brzina.

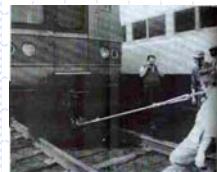
27. listopada 2008.

Fizika I - Računarstvo, Predavanje 4

23

Rješenje naslovne priče

- 4. travnja 1974. John Massis iz Belgije uspio je za 1 m pomaknuti dva putnička vagona newyorkških željeznica zubima povlačeći konop učvršćen jednim krajem za vagone dok se nogama odupirao o pragove željezničke pruge. Prepostavite da je Massis povlačio svoj kraj konopa konstantnom silom 2,5 puta većom od njegove težine, a da kut između konopa i horizontalne ravnine iznosi 30° . Massisova masa je 80 kg, a težina obaju vagona 700 kN. Zanemarujući silu trenja izračunajte brzinu vagona u trenutku kada Massis prestane djelovati silom na svoj kraj konopa.



- ◆ Rezultat: $v = 0.22 \text{ m/s}$

27. listopada 2008.

Fizika I - Računarstvo, Predavanje 4

24

Sažetak (1)

- Newtonova mehanika odlično opisuje makroskopske pojave, te brzine mnogo manje od brzine svjetlosti
- Za opisivanje mikrosvijeta: kvantna mehanika
- Za velike brzine: zakoni relativističke mehanike
- Masa i sila
 - Djelovanje sile dvojako:
 - Promjena stanja gibanja tijela
 - Deformacija tijela
 - Newton: sila je uzrok promjene gibanja tijela, bilo po veličini ili po smjeru
 - Sile je vektorska veličina, tj. ima: hvalište, smjer djelovanja i veličinu
 - Četiri osnovne sile u prirodi: gravitacijska, elektromagnetska, jaka i slaba nuklearna sila
 - Newton: masa je otpor (tromost) kojim se tijelo opire promjeni gibanja
 - Količina gibanja: $\bar{p} = m\bar{v}$
- Prvi Newtonov zakon. Inercijalni sustavi
 - Inercija: svojstvo tijela da održava svoje stanje gibanja ili mirovanja.
 - Prvi Newtonov zakon: **Svako će tijelo ostati u stanju mirovanja ili jednolikog gibanja po pravcu sve dok pod djelovanjem vanjskih sile to stanje ne promijeni**
 - Inercijalni sustavi: referentni sustavi u kojima vrijede Newtonovi zakoni

27. listopada 2008.

Fizika1 - Računarstvo, Predavanje 4

25

Sažetak (2)

- Drugi Newtonov zakon
 - Opisuje ponašanje tijela kad na nj djeluje određena vanjska sila i glasi:
Brzina promjene količine gibanja tijela proporcionalna je rezultanti vanjskih sile koje djeluju na to tijelo i zbiva se u pravcu djelovanja te sile:
 - U slučaju konstante mase: $\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$
 - Jedinica za silu: $1 \text{ N} = 1 \text{ kgms}^{-2}$
- Masa i težina
 - Na svako tijelo koje se nalazi na Zemljinoj površini djeluje sila teže: $\vec{F}_G = m\vec{g}$
 - Težina tijela \vec{G} je sila kojom tijelo djeluje na horizontalnu podlogu (ili na objesiste)
 - **Dok je sila teže na određeno tijelo uvijek ista, bez obzira na to miruje li tijelo ili se giba ubrzano, težina ovisi o akceleraciji tijela i jednaka je sili teže samo kad je akceleracija tijela jednaka nuli.**
 - Normirana vrijednost akceleracije sile teže: $g = 9,80665 \text{ m/s}^2 \approx 9,81 \text{ m/s}^2$

Gustoća

Homogena tijela

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Nehomogena tijela

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{m}{V} = \frac{dm}{dV}$$

27. listopada 2008.

Fizika1 - Računarstvo, Predavanje 4

26

Sažetak (3)

Treći Newtonov zakon

- Ili zakon akcije-reakcije: **Svakom djelovanju (akcija) uvijek je suprotno i jednako protudjelovanje (reakcija).** Djelovanja dvaju tijela jednoga na drugog uvijek su jednaka i suprotnog smjera.

$$(\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA})$$

Količina gibanja i impuls sile

- Impuls sile: umnožak sile i vremenskog intervala u kojem djeluje ta sila

- Za konstantnu силу: $\vec{I} = \vec{F}\Delta t$

- Za silu koja se mijenja u vremenu: $\vec{I} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_i \vec{F}_i \Delta t_i = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t) dt$

- Impuls sile jednak je promjeni količine gibanja tijela na koje djeluje ta sila.

$$\vec{I} = \Delta \vec{p}$$

Zakon očuvanja količine gibanja

- Ukupna količina gibanja zatvorenog sistema konstantna je bez obzira na to kakvi se procesi i međudjelovanje događaju u sistemu.

27. listopada 2008.

Fizika1 - Računarstvo, Predavanje 4

27

Priča

Slobodna Dalmacija, 31. siječanj 2003. godine

"Elka" na navozu zapela zbog koeficijenta i tangensa ...

Stručni tim Brodosplita predvođen mr. Antonom Čaglijem završio je analizu uzroka neuspjelog porinuća tankera Elka Aristotele ugovorenog za 36,5 milijuna dolara s grčkim brodovlasnikom Spyrosom Karnessisom, koji je zapao na prvom navozu 11. studenoga prošle godine, da bi uspješno bio porinut tek 30. prosinca.

"U slučaju neuspjelog porinuća rezultirajući staticki koeficijent trenja bio je približno jednak tangensu kuta nagiba navoza i nije omogućavao postizanje dinamičkog koeficijenta trenja, što bi dovelo do ubrzanja broda, već je došlo do vrlo laganih pomicanja niz navoz",

stoji u novinarima poslanom sažetu opširnog izvješća. Iza tako prestručnog objašnjenja stoji činjenica da Elka Aristotele nije mogao postići brzinu koja bi mu omogućila sigurno porinuće bez opasnosti da bude oštećen. Brod su škverani zaustavili, raspakirali opremu i obavili pripreme za uspješno porinuće ...



Što su koeficijenti trenja i kako su povezani s kutem nagiba?

Odgovor ćete saznati na današnjim predavanjima.

27. listopada 2008.

Fizika1 - Računarstvo, Predavanje 4

28

Sila trenja

- ❑ Ukoliko nekom silom djelujemo na tijelo koje leži na nekoj površini javlja se sila trenja sa sljedećim svojstvima:
 - smjer sile trenja suprotan sili kojom vučemo tijelo
 - ako se tijelo ne giba, govorimo o statickom trenju, staticka sila trenja je upravo jednaka sili kojom vučemo tijelo, ali je suprotnog smjera

$$\vec{F}_{tr,stat} = -\vec{F}$$

- Kad se tijelo giba po podlozi govorimo o kinetičkom trenju, koja djeluje u smjeru suprotnom od smjera gibanja.
- Sila trenja ovisi o dodirnim površinama, javlja se uvijek kad se dva tijela koja su međusobno u kontaktu gibaju jedan prema drugom.
- Razlikujemo staticki koeficijent trenja μ_s i kinetički koeficijent trenja
- Sila trenja proporcionalna je sili kojom tijelo pritišće podlogu i odgovarajućem koeficijentu trenja

$$\vec{F}_t = \mu \cdot F_N$$

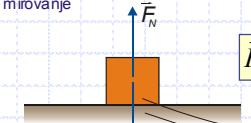
27. listopada 2008.

Fizika1 - Računarstvo, Predavanje 4

29

Sila trenja

a) mirovanje

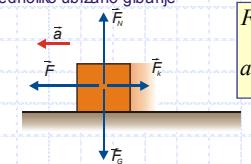


$$\vec{F}_N = -\vec{F}_G$$

$$\vec{F}_s = -\vec{F}$$

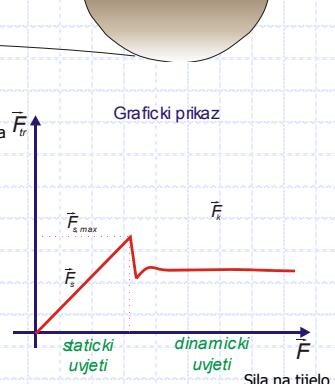
$$F_s \leq \mu_s F_N$$

b) jednoliko ubrzano gibanje



$$F_k = \mu_k F_N$$

$$a = \frac{F - F_k}{m}$$



27. listopada 2008.

Fizika1 - Računarstvo, Predavanje 4

30

Sila trenja – Neki tipični faktori trenja

Dodirne površine	Faktori trenja	
	Statički	kinematički
Drvo na drvu	0,5	0,3
Čelik na čeliku	0,7	0,5
Guma na suhom asfaltu	0,8	0,6
Guma na mokrom asfaltu	0,3	0,2
Guma na ledu	0,02	0,01
Čelik n ledu	0,03	0,01

Trenje igra važnu ulogu skoro u svemu što činimo. Ponekad je poželjno smanjiti trenje; u drugim slučajevima željeli bismo da je trenje što veće. Na primjer, pri klizanju niz vodenim tobogan veće uživanje je pri manjoj sili trenja. Slično, strojevi bolje rade kada su napoljeni, što se čini upravo da se smanji trenje. S druge strane, pri trčanju trenje nam pomaže da ubrzamo, usporimo, skrenemo. Donji dijelovi sportske obuće su, slično automobilskoj gumi, dizajnirani tako da trenje učine što većim.

27. listopada 2008.



31

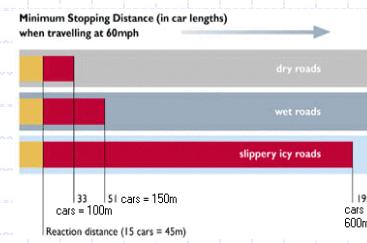
Fizika1 - Računarstvo, Predavanje 4

Sila trenja - primjer

- Ako se, tijekom naglog kočenja, kotači automobila blokiraju, automobil počinje klizati po cesti. Vrlo često, zbog vrlo čvrstog dodira između gume i ceste, na cesti ostane trag kočenja (formiran od malih komadića gume i rastaljenog asfalta). Najduži trag kočenja na javnim cestama zabilježen je 1960: automobil marke Jaguar na M1 cesti u Engleskoj ostavio je trag dužine 290 m!

Pretpostavljajući da je faktor kinetičkog trenja $\mu_k = 0,6$ i da je akceleracija tijekom zaustavljanja bila konstantna kojom brzinom se kretao automobil u trenutku kada su se blokirali kotači?

- Rezultat: $v_0 = 58 \text{ m/s} = 210 \text{ km/h}$



27. listopada 2008.

Fizika1 - Računarstvo, Predavanje 4

32

Sila trenja, zaustavni put automobila

$v^2 = v_0^2 - 2a(x - x_0)$

$0 = v_0^2 - 2ad$

$d = \frac{v_0^2}{2a}$

$d_{\min} = \frac{v_0^2}{2a_{\max}}$

$d_{\min} = \frac{v_0^2}{2\mu_s g}$

Sila trenja $F_{tr} = \mu_s N = \mu_s mg$

$\Sigma F = ma \rightarrow -F_{tr} = -\mu_s mg = ma_{\text{kočenja}}$

$\rightarrow a_{\text{kočenja}} = -\mu_s g$

Pazi kako voziš
zaustavni put raste
s kvadratom brzine

27. listopada 2008.
Fizika1 - Računarstvo, Predavanje 4

33

Trenje - Primjeri iz života

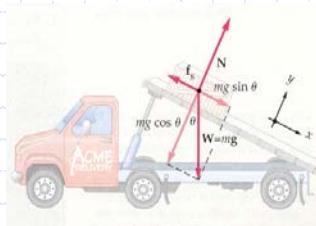
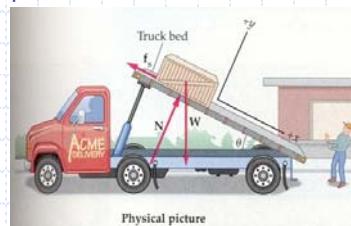
- **Tragovi stijena u "Dolinu smrti"**
Koefficijenti statickog trenja između različitih površina ovise o mnogim faktorima, pa čak i o tome jesu li površine vlažne ili suhe. U pustinji "Dolina smrti" (Death Valley) u Kaliforniji, povremene kiše mogu smanjiti faktor trenja između pustinjskog pjeska i stijena do te mjeru da jaki vjetrovi mogu pomicati stijene, i to na značajne udaljenosti. Kao rezultat tog pomicanja mogu se primjetiti tragovi u pjesku, koju nam odaju smjer vjetrova u pojedinim trenutcima.
- ◆ **Anti Blocking System – ABS**
Pri kočenju automobila dolazi do trenja: kinetičkog ako dode do klizanja (tj. kotači su blokirani), a statickog ako se kotači još uvijek vrte. Budući da je staticki faktor trenja općenito veći od kinetičkog, automobil će se prije zaustaviti (trenje će biti veće) ako se kotači okreću, nego kada su blokirani. Ovo je upravo ideja koja se primjenjuje u ABS sistemu kočenja. Kada se pritisne kočnica, elektronski senzor za rotaciju na svakom kotaču primijeti kada je kotač u kritičnom stanju da se zablokira. Da bi sprječio blokiranje, procesor ugrađen u ABS sistem automatski regulira hidraulički pritisak u kočnicama na način da ih pritiska i otpušta u kratkim intervalima. Ovo omogućuje da se kotači i dalje vrte, osiguravajući time prevladavanje statickog koefficijenta trenja i time smanjujući zaustavni put.

27. listopada 2008.
Fizika1 - Računarstvo, Predavanje 4

34

Primjer – “Malo nagnuto”

- Da bi iskrcao sanduk mase 95,0 kg, kamion polagano nagnje dio u kojem prevozi teret (prema slici). Za male kutove nagiba, teret miruje. Ali kada nagibni kut pređe $23,2^\circ$ teret počinje kliziti. Koliki je statički koeficijent trenja između sanduka i površine dijela kamiona u kojem se prenosi teret?



- Rezultat: 0,429.

Domaći rad: Kolika je sila statickog trenja na sanduk? (Rezultat: 367 N)

27. listopada 2008.

35

Fizika1 - Računarstvo, Predavanje 4

Kritični kut statickog trenja

- Kut pod kojim se formira grupica pijeska s donje strane pješčanog sata je određena statičkim koeficijentom trenja između zrnaca pijeska, na isti način kako statički koeficijent trenja određuje kut pod kojim će teret iz prethodnog zadatka početi klizanje. Isti mehanizam određuje i kut pod kojim se formiraju stjenoviti pejzaži u obliku konusa na dnu strmih planina ili litica.



27. listopada 2008.

Fizika1 - Računarstvo, Predavanje 4

36

Sažetak – Sila trenja

- Pojavljuje se uvijek kada se dva tijela koja su u međusobnom kontaktu gibaju jedno prema drugome.
- Sila trenja posljedica je međumolekularnih sila na površini tijela.
- Pokusi pokazuju da ukoliko nekom silom \mathbf{F} želimo pomaknuti kruto tijelo na nekoj površini, rezultirajuća sila trenja ima slijedeća svojstva:
 - Smjer suprotan smjeru sile kojom vučemo tijelo.
 - Ako se tijelo ne giba, tada je **statička sila trenja** \vec{F}_s jednaka po iznosu komponenti sile \vec{F} duž površine, a suprotnog je smjera ($\vec{F}_s = -\vec{F}$)
 - Maksimalni iznos statičke sile trenja dan je izrazom $F_{s,\max} = \mu_s F_N$ gdje je μ_s statički faktor trenja a F_N je iznos normalne komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu.
 - Kada tijelo započne gibanje, iznos sile trenja naglo opadne na iznos tzv. **kinetičke sile trenja** $F_k = \mu_k F_N$ gdje je μ_k faktor kinetičkog trenja.
 - Oba faktora trenja (μ_s i μ_k) ovise o materijalu, hravavosti i čistoći dodirnih ploha.
- Trenje kotrljanja definira se slično kao kinetičko trenje, a ima manji faktor trenja.

27. listopada 2008.

Fizika1 - Računarstvo, Predavanje 4

37

Pitanja za provjeru znanja

1. **Definirajte sljedeće veličine i navedite njihove jednice: sila, masa, gustoća, količina gibanja. (obavezno)**
2. **Navedite sva tri Newtonova zakona. (obavezno)**
3. **Kako glasi zakon očuvanja količine gibanja. (obavezno)**
4. Kako glasi II Newtonov zakon u slučaju tijela s konstantnom masom (izvedite taj slučaj iz općenitog oblika II Newtonovog zakona)?
5. Što je sila teže, a što težina tijela? U kojim se jedinicama iskazuju?
6. Što je impuls sile i kako se računa? Kakvo je djelovanje impulsa sile na čestici?
7. Izvedite zakon očuvanja količine gibanja.
8. Što je trenje? Koje vrste trenja postoje? Kako se računa sila trenja? Nacrtajte grafičku ovisnost sile trenja o vučnoj sili na tijelo.

27. listopada 2008.

Fizika1 - Računarstvo, Predavanje 4

38