



Fizika 1

Predavanje 5

Sistem materijalnih točaka. Centar mase.
Centripetalna sila.

3. studenog 2008.

Dr. sc. Ivica Puljak

(Ivica.Puljak@fesb.hr)

Danas ćemo raditi:

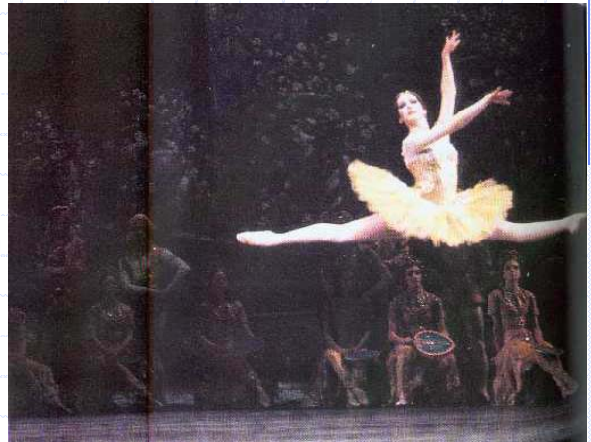
◆ P. Kulišić: "Mehanika i toplina", Poglavlje 3

■ Dinamika čestice

- ◆ Sistem materijalnih točaka
- ◆ Centar mase
- ◆ Centripetalna sila

Priča

Ako skočite u zrak prema naprijed, vaša glava i torzo slijedit će paraboličnu putanju, slično kao kad bacite loptu u zrak pod nekim kutem. Međutim, kada balerina izvod tzv. *grand jeté*, putanja njene glave i torza je skoro horizontalna tijekom cijelog skoka. Čini se kao da "plovi kroz zrak". Publika možda i ne zna previše o gibanju krutih tijela, ali i dalje osjeća da se događa nešto neobično.



Što se u biti događa? Kako to da nam se čini da balerina "nadvladava" gravitacijsku silu.

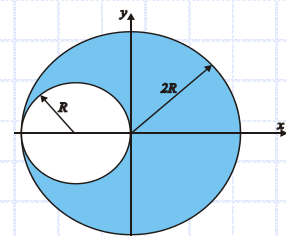
Odgovor ćete saznati na današnjem predavanju.

Primjer 1 – Centar mase

◆ Interaktivni primjer s weba:

http://www.explorescience.com/activities/Activity_page.cfm?ActivityID=33

◆ Na slici je prikazana uniformna metalna ploča P polumjera $2R$ iz koje je izrezan disk radijusa R . Nađite centar mase ploče, (x_c, y_c) .

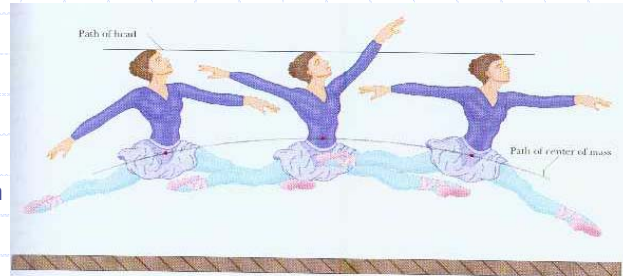


◆ Rezultat: $(x_c = R/3, y_c = 0)$

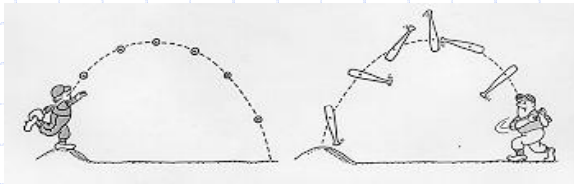
Primjer 2 – Gibanje centra mase

Grand jeté - objašnjenje:

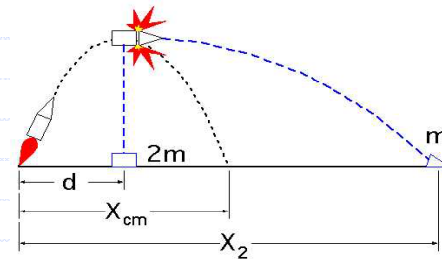
Kada balerina izvodi tzv. *grand jeté*, u trenutku kad se odvoji od podloge mijenja položaj ruku i nogu tako da joj se centar mase pomiče s obzirom na tijelo. Premda centar mase slijedi paraboličnu putanju, zbog toga što se pomiče prema gore s obzirom na tijelo, glava i torzo će doseći manju visinu nego kod običnog skoka. Rezultat je takav da glava i torzo slijede skoro horizontalnu putanju, dajući privid kao da balerina "plovi kroz zrak".



◆ Bejzbol



◆ Gibanje rakete

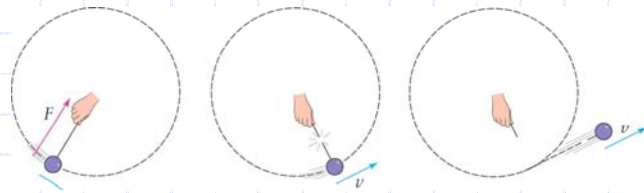


Studij racunarstva, Fizika 1, Predavanje 5

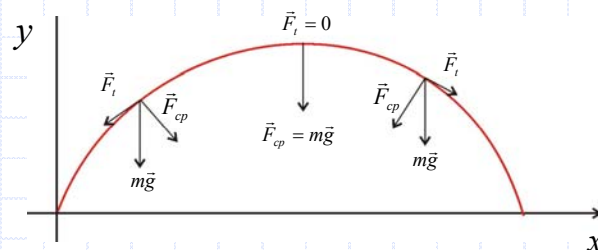
Centripetalna sila

Centripetalna sila mijenja samo smjer brzine i usmjerena je prema središtu zakrivljenosti putanje.

$$\vec{F}_{cp} = -m\omega^2 \vec{r} = -\frac{mv^2}{r} \vec{r}_o$$

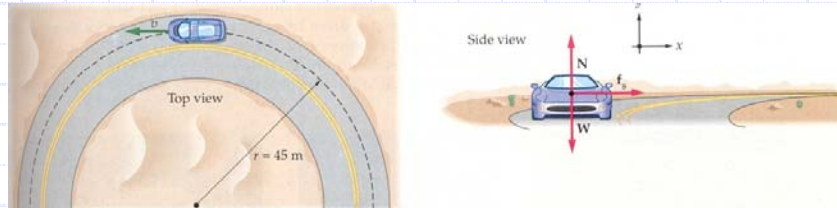


- Pri nejednolikom krivocrtnom gibanju postoji i **tangencijalna sila** koja mijenja iznos brzine.
- Ukupna sila je vektorski broj **centripetalne (radijalne)** i **tangencijalne sile**
- Primjeri centripetalne sile:
 - ◆ Gravitacijska sila: gibanje Mjeseca oko Zemlje, kosi hitac
 - ◆ Sila napetosti užeta: vrtnja predmeta na užetu u horizontalnoj ravni



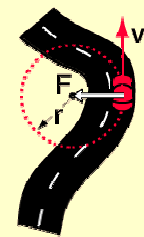
Primjer – Zakretanje u zavoju

- Automobil mase 1200 kg ulazi u zavoj s radijusom $r = 45$ m. Ako je koeficijent statičkog trenja između guma i ceste jednak 0,82, kolika je najveća brzina kojom automobil može proći zavoj bez da dođe do proklizavanja?



$$F_{\text{centripetal}} = m \frac{v^2}{r}$$

$\frac{v^2}{r}$ is the centripetal acceleration



- Rezultat: $v_{\text{max}} = 19 \text{ m/s} = 68,4 \text{ km/h}$.

Studij racunarstva, Fizika 1, Predavanje 5

Primjeri iz života – Proklizavanje

Ako automobilom previše brzo uđete u zavoj, može doći do proklizavanja; tj. automobil započne klizati prema vanjskoj strani ceste. Uobičajeni savjet iskusnih vozača kaže da u tom slučaju trebate okrenuti upravljač u smjeru klizanja – što je, za većinu ljudi, u biti nelogično. Ali je, međutim, savjet ispravan. Pretpostavite, na primjer, da zakrećete u lijevo i počinjete proklizavati u desno. Ako zakrenete još više u lijevo pokušavajući smanjiti proklizavanje, vi u biti smanjite radijus zakrivljenosti putanje automobila. Kao rezultat, povećat će se centripetalna sila, tj. sila potrebna da se auto giba po takvoj putanji. S obzirom da je sila trenja nedovoljna za takvo gibanje (inače ne bi došlo do proklizavanja), proklizavanje će se samo povećati. S druge strane, ako se upravljač zakrene malo u desno, u smjeru proklizavanja, poveća se radijus zakrivljenosti putanje, smanji potrebna centripetalna sila i eventualno zaustavi proklizavanje.



Studij racunarstva, Fizika 1, Predavanje 5

Primjeri iz života –Nagib ceste

- Možda ste primijetili da je veliki broj cesta nagnut kada se ulazi u zavoj. Ista vrsta nagiba postoji i kod većine trkaćih staza. Sljedeći put kada budete vozili nagnutom cestom, primijetite da je cesta nagnuta prema centru zakrivljenosti. U tom slučaju normalna sila reakcije podloge pridonosi centripetalnoj sili, te je potrebna manja sila trenja za kružno gibanje. U nekim slučajevima moguće je kružno gibanje čak kad i ne postoji sila trenja.



- Jako nagnuta cesta na trkaćoj stazi "Talledega Speedway" u Alabami (ŠAD) pomaže u smanjenju mogućnosti proklizavanja trkaćih automobila (slika lijevo). Čak i kada nema čvrste ceste, nagnutost vozila još uvijek može pomoći – avioni se nagnu kada zakreću (slika u sredini) kako bi smanjili mogućnost "proklizavanja". Nagnutost ima i još jednu dobru stranu. Kada je kut nagnutosti dobar, putnici u automobilu ne osjećaju nikakvu bočnu silu, tako da pri zakretanju nema osjećaja neugodnosti. Zbog ovog razloga ponegdje se uvode tzv. nagnuti vlakovi, koji se nagnu čak i kada tračnice nisu nagnute (slika desno).

Studij racunarstva, Fizika 1, Predavanje 5

Sažetak (1) – Sistem materijalnih točaka

- U prirodi često nailazimo na **sistem materijalnih točaka (čestica)** koje se gibaju.
- Promatrajmo sistem od n čestica mase $\{m_1, m_2, \dots, m_n\}$ pri čemu na svaku česticu djeluje rezultanta vanjskih sila i unutarnje sile kojima ostale čestice djeluju na nju (je sila kojom čestica i djeluje na česticu j). Jednadžba gibanja ovakvog sistema čestica je:

$$\sum_{i=1}^n m_i \vec{a}_i = \sum_{i=1}^n \vec{F}_{vi} = \vec{F}_v$$

- Unutarnje sile su se poništile zbog trećeg Newtonovog zakona:

$$\vec{F}_{ij} = -\vec{F}_{ji} \Rightarrow \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^n \vec{F}_{ij} = 0$$

- Centar mase:** točka krutog tijela ili sistema čestica koja se giba kao da je u njoj koncentrirana ukupna masa sistema i kao da sve vanjske sile djeluju u njoj.

- Sistem čestica:**

$$\vec{r}_{CM} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots + m_n \vec{r}_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{m}$$

- Kruto tijelo:**

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\int \vec{r} dm}{\int dm} = \frac{\int \vec{r} \rho dV}{\int \rho dV}$$

- Gibanje centra mase:**

$$m \vec{a}_{CM} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_{vi} = \vec{F}_v$$

- Posljedica: kad je rezultantna vanjskih sila jednaka nuli, centar mase ili miruje ili se giba konstantnom brzinom (jednoliko) po pravcu (npr. izolirani sistem čestica).
- Težište:** zamišljena točka u kojoj je hvatište težine tijela. Na Zemljinoj površini težište i centar mase nalaze se u istoj točki.

Studij racunarstva, Fizika 1, Predavanje 5

Sažetak (3) – Centripetalna sila

- Mijenja samo smjer brzine i usmjerena je prema središtu zakrivljenosti putanje.
- Iznos: $F_{cp} = ma_r = m\omega^2 r = m \frac{v^2}{r}$
- U vektorskom obliku: $\vec{F}_{cp} = -m\omega^2 \vec{r}$
- Pri nejednolikom kružnom gibanju postoji i tangencijalna sila koja mijenja iznos brzine.
- Ukupna sila je vektorski broj centripetalne (radijalne) i tangencijalne sile
- Primjeri centripetalne sile:
 - ♦ Gravitacijska sila: gibanje Mjeseca oko Zemlje
 - ♦ Trenje kotač-cesta: automobil u horizontalnom zavoju
 - ♦ Sila napetosti užeta: vrtnja predmeta na užetu u horizontalnoj ravnini

Pitanja za provjeru znanja

- 1. Definirajte sljedeće pojmove: centar mase, sila trenja, centripetalna sila. (obavezno)**
2. Objasnite što je centar mase, te kako se računa položaj centra mase: a) sistema čestica, b) krutog tijela.
3. Objasnite kako se giba centar mase sistema čestica. Diskutirajte općeniti slučaj, te posebno slučaj izoliranog sistema čestica.
4. Objasnite pojam centripetalne sile, te napišite nekoliko izraza po kojima se može računati. Nabrojite nekoliko primjera u kojima se vidi da kružno gibanje može biti uzrokovano ranim vrstama sila.