



Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje

Studij računarstva

Fizika 1

Auditorne vježbe – 6

Rad. Energija. Snaga.

19. prosinca 2008.

Ivica Sorić

(suri@fesb.hr)

Ponavljanje - Rad

- Rad je definiran kao djelovanje sile na određenom putu.
- Kod pravocrtnog gibanja tijela pod utjecajem stalne sile rad je jednak produktu sile i prijeđenog puta.
- Općenito, izraz za rad kada se čestica giba po putanji od točke A do točke B je:

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

- Jedinica za rad zove se džul (joule, znak J): $J = Nm = kgm^2/s^2$
- Rad sile dizanja (bez ubrzavanja tijela):
pri tom je rad sile teže isti po iznosu, ali negativan $W = Fs = mgh$
- Rad pri stezanju opruge (zakon opruge, $F = -ks$):
pri tom je rad elastične sile opruge isti po iznosu, ali negativan $W = ks^2/2$
- Rad pri svladavanju sile trenja:
pri tom je rad sile trenja isti po iznosu, ali negativan. $W = \mu F_N s$
- Rad pri rotaciji:

$$W = \int_0^\varphi M_z d\varphi$$

Ponavljanje - Kinetička energija

- ◆ **Energija** je sposobnost tijela ili sistema tijela da obavljaju rad: što tijelo ima veću energiju to je sposobnije obavljati rad.
- ◆ Promatrano mikroskopski postoje samo dvije vrste energije: **kinetička i potencijalna**, a svi se ostali oblici mogu na njih svesti.
- ◆ **Kinetička energija** tijela mase m i brzine v :
$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}$$
- ◆ Promjena kinetičke energije jednaka je izvršenom radu:
(poučak o radu i kinetičkoj energiji)
$$W = E_{k2} - E_{k1} = \Delta E_k$$
- ◆ Ukupna kinetička energija **sistema čestica**:

$$E_k = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

$$E_k = \frac{1}{2} m v_{CM}^2$$

Ponavljanje - Potencijalna energija

- ◆ **Potencijalna energija** tijela je ona koju tijelo ima zbog svojega položaja prema drugim tijelima ili konfiguraciji tijela.
- ◆ **Gravitacijska potencijalna energija** tijela (u gravitacijskom polju na Zemljinoj površini) mase m , na visini y , iznosi: $E_p = mgy$, pri tom je pretpostavljeno da je $E_p = 0$ za $y = 0$.
- ◆ U općenitom slučaju dvaju tijela mase m_1 i m_2 udaljenih za r **gravitacijska potencijalna energija** iznosi: $E_p = -G \frac{m_1 m_2}{r}$
- ◆ Sila kojom rad ne ovisi o putu već samo o početnoj i konačnoj točki zove se **konzervativna sila**.
- ◆ Rad konzervativne sile po **zatvorenom putu** jednak je nuli: $\oint \vec{F}_k \cdot d\vec{r} = 0$
- ◆ Rad konzervativne sile između dva položaja tijela jednak je **razlici potencijalne energije** početnog i krajnjeg položaja: $W_{AB} = E_p(\vec{r}_A) - E_p(\vec{r}_B)$
(poučak o radu i potencijalnoj energiji)
- ◆ Potencijalna energija **elastične opruge** (uz $E_p = 0$ za $x = 0$): $E_p(x) = \frac{1}{2} kx^2$
- ◆ **Rad vanjske sile** jednak je sumi promjene potencijalne i promjene kinetičke energije: $W' = \Delta E_p + \Delta E_k$ (uz zanemarenu silu trenja)
(poučak o radu i ukupnoj energiji)

Ponavljanje - Zakon očuvanja energije. Snaga.

- ◆ Energija se može pretvarati iz jednog oblika u drugi, pri čemu je u izoliranom sistemu zbroj energija konstantan.
- ◆ Ukupni rad svih sila jednak je promjeni kinetičke energije:

$$W_k + W_{tr} + W' = \Delta E_k$$

gdje je $W_k = -\Delta E_p$ rad što ga izvrše konzervativne sile, W_{tr} rad sile trenja, a rad nekih drugih nekonzervativnih sila W' .

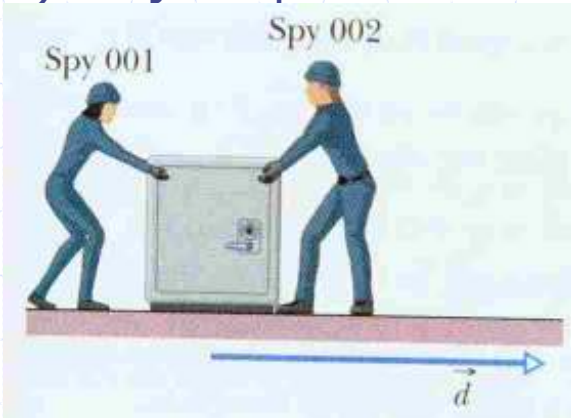
Ukupna energija ne može se uništiti niti ni iz čega stvoriti, ona se može samo pretvarati iz jednog oblika u drugi.

Snaga se definira omjerom rada i vremena, pa bismo je mogli shvatiti kao brzinu obavljanja rada, odnosno prijenosa energije:

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{P} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{W_2 - W_1}{t_2 - t_1} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{E_2 - E_1}{t_2 - t_1} = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

Primjer 1 – Rad i kinetička energija

- ◆ Dva čovjeka pomiču sef od 225 kg za $d=8,5$ m po horizontalnoj podlozi. Prvi čovjek gura sef silom F_1 od 12 N pod kutom od 30° na dolje prema horizontali, dok ga drugi vuče silom F_2 od 10 N usmjerenom pod kutom od 40° prema horizontali. Iznos i smjer sila se ne mijenjaju, i nema trenja između sefa i podloge.
 - a) Koliki je rad sila F_1 i F_2 tijekom pomaka d ?
 - b) Koliki je rad sile teže, a koliki sile pritiska sefa na podlogu tijekom pomaka d ?
 - c) Sef je na početku mirovao. Kolika mu je brzina na kraju pomaka d ?



- ◆ Rezultat: a) $W = 153,4$ J, b) $W_g = 0$ J, $W_N = 0$ J, c) $v = 1,17$ m/s.

Primjer 2 – Rad dizanja

- ◆ Teret mase 15 kg podignut je kabelom po kosini, iz početnog stanja mirovanja, na visinu $h = 2,5$ m i pri tom stalnom brzinom prešao put od $d = 2,7$ m te se zaustavio.
 - a) Koliki je rad gravitacijske sile tijekom podizanja tereta?
 - b) Koliki je rad sile napetosti u kabelu tijekom podizanja tereta?

◆ Rezultat: a) $W_g = -368$ J, b) $W_N = 368$ J.

Primjer 3 - Snaga

- ◆ Pumpa za beton ispumpa u 10 minuta na visinu od 6 metara masu betona potrebnu za betonsku deku dimenzija $6 \times 10 \times 0,2$ m. Kolika je snaga pumpe ako je stupanj korisnog djelovanja pumpe 60%? (Gustoća betona je $2,3 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$)

- ◆ Rezultat: $P = 4,51 \text{ kW}$.

Primjer 4 - Snaga

- ◆ Traktor je u stanju vući plug konstantnom silom od 12,6 kN, dok se kreće brzinom od 6 km/h po horizontalnom terenu.
 - a) Koliku snagu motor traktora razvija u takvim uvjetima, ako je stupanj iskoristivosti motora 60%?
 - b) Ako bi traktor, mase 2 tone, morao vući plug jednakom silom uzbrdo, po terenu nagnutom za 15° , kojom maksimalnom brzinom bi se mogao kretati ako motor razvija jednaku snagu uz jednaki stupanj iskoristivosti?

◆ Rezultat: a) $P = 35 \text{ kW}$, b) $v_{\max} = 4,28 \text{ km/h}$.

Primjer 5 – Zakon očuvanja energije

- Na slici desno prikazano je dijete mase m koje se spušta s tobogana iz stanja mirovanja. Visina tobogana je $h = 8,5$ m iznad vode. Pretpostavljajući da pri spuštanju niz tobogan nema trenja (zbog vode) izračunajte brzinu djeteta na dnu tobogana.



- Rezultat: $v = 13$ m/s.

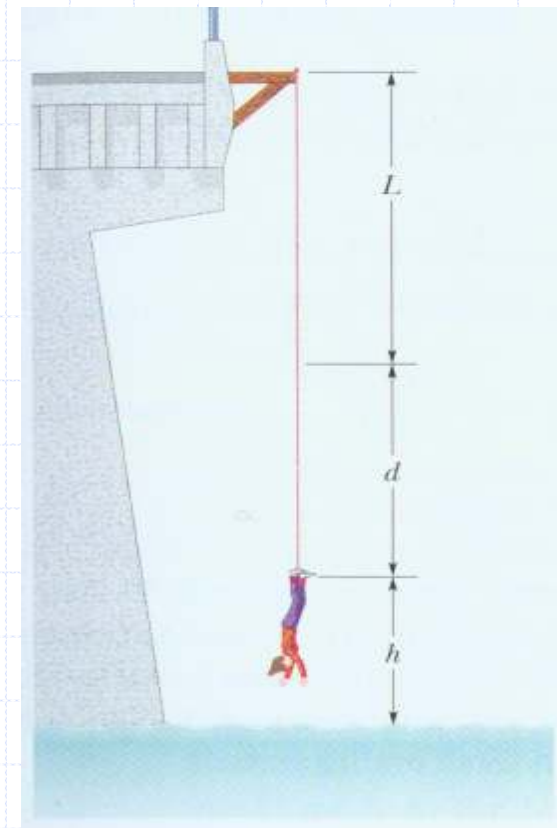
Primjer 6 – Matematičko njihalo

- ◆ Na niti duljine 1 m obješeno je tijelo mase 3 kg. Na koju visinu iznad položaja ravnoteže je potrebno podignuti to tijelo da bi pri prolazu kroz taj položaj napetost niti iznosila 50 N?

- ◆ Rezultata: $h = 0,35 \text{ m}$.

Primjer 7 – Zakon očuvanja energije

- ◆ Bungee-jumping skakač mase 61 kg nalazi se na mostu visine 60 m i vezan je za elastično uže duljine 25 m. Pretpostavite da se uže ponaša kao elastična opruga s konstantom opruge $k = 160 \text{ N/m}$. Ako se nakon skoka skakač zaustavi, izračunajte na kojoj visini iznad površine vode mu se nalaze stopala.



- ◆ Rezultat: $h = 17,3 \text{ m}$.

Primjer 8 – Kosi hitac

- ◆ Tijelo je izbačeno s površine Zemlje početnom brzinom v_0 pod kutom α prema horizontali. Odredite maksimalnu visinu koju će doseći uz pretpostavku da na njega djeluje samo konstantna sila teža.

◆ Rezultat:

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

Taktika rješavanja problema

◆ Potencijalna energija

Potencijalna energija pridružena je sustavu kao cjelini. Međutim, često se vide primjeri koji je pridružuju samo dijelu sustava. Npr. "Jabuka koja visi na stablu ima gravitacijsku potencijalnu energiju 30 J." Takve rečenice su često prihvatljive, ali treba uvijek imati pri umu da je potencijalna energija pridružena sustavu - u ovom slučaju *jabuka+Zemlja*. Isto tako ne zaboravite da pridruživanje vrijednosti za potencijalnu energiju ima smisla samo ako je poznata referentna vrijednost, jer samo razlike potencijalne energije imaju smisla.

◆ Očuvanje energije

Pitajući se slijedeća pitanja može vam koristiti pri rješavanju problema koji uključuju očuvanje mehaničke energije:

1. Za koji sustav je energija očuvana?

Trebate biti u stanju odijeliti sustav od okoline. Zamislite zatvorenu površinu koja sadrži sve što je u sustavu na koji se odnosi zakon o očuvanju energije, a sve što je van te površine predstavlja okolinu. U problemu s toboganom sustav je *dijete+Zemlja*, a u primjeru s bungee-jumpingom sustav je *skakač+Zemlja+konop*.

2. Je li prisutna sila trenja (ili neka druga nekonzervativna sila)?

Ako je prisutna sila trenja (ili neka druga nekonzervativna sila) mehanička energija nije očuvana.

3. Je li sustav o kojem se radi izoliran?

Očuvanje mehaničke energije vrijedi samo za izolirane sustave. To znači da ne postoji rad na sustavu koji potječe od objekata van sustava.

4. Koje je početno, a koje krajnje stanje sustava?

Sustav se mijenja iz početnog u krajnje stanje. Princip očuvanja energije kaže da je ukupna mehanička energija ista u ta dva stanja. Pazite da jasno uočite ta dva stanja.

Zadaci za vježbu

- ◆ P. Kulišić i ostali: *Riješeni zadaci iz mehanike i topline*,
Poglavlje 3
 - Primjeri (str. 48 - 56) : 3.3. – 3.8.
 - Zadaci (str. 68): 3.4. – 3.5.

- ◆ P. Kulišić i ostali: *Riješeni zadaci iz mehanike i topline*,
Poglavlje 4
 - Primjeri: 4.1. - 4.4.
 - Zadaci: 4.1. - 4.3.