

Školska godina 2007./2008.



Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje
Studij računarstva

Fizika 1

Predavanje 8

Inercijalni i neinercijalni sustavi. Gravitacija.

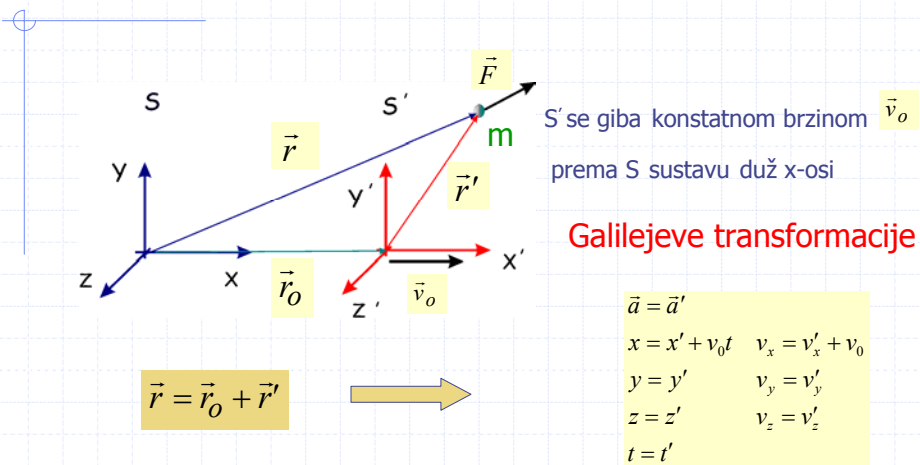
30. studenoga 2007.
Dr. sc. Ivica Puljak
(Ivica.Puljak@fesb.hr)

Danas ćemo raditi:

- ◆ Inercijalni i neinercijalni sustavi (Poglavlje 7)
 - Inercijalni sustavi. Galilejev princip relativnosti
 - Jednoliko ubrzani sustavi. Inercijalne sile
 - Rotirajući sustavi. Centrifugalna i Coriolisova sila
- ◆ Gravitacija (Poglavlje 8)
 - Newtonov zakon gravitacije
 - Određivanje gravitacijske konstante
 - Keplerovi zakoni
 - Gravitacijsko polje
 - Gravitacijsko polje Zemlje. Akceleracija sile teže
 - Troma i teška masa

30. studenoga 2007. Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 8 2

Galilejev princip relativnosti



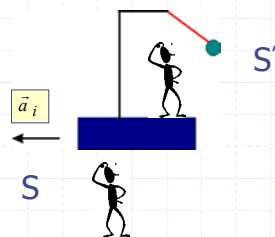
30. studenoga 2007.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 8

3

Jednoliko ubrzani sustav - inercijalna sila

- Promatramo jedno te isto gibanje iz sustava S koji miruje ili se jednoliko giba po pravcu (inercijalni sustav) i sustava S' koji se jednoliko ubrzava prema sustavu S akceleracijom $\vec{a}_i$



- Za promatrača iz S' sustava kuglica miruje.
- Za promatrača iz S sustava kuglica se giba.
- Može li promatrač iz S' sustava zaključiti da se sustav u kojem se on nalazi ubrzava?

- Da bi promatrač S' objasnio svoje uočavanje mora uvesti jednu novu silu.
- Tu silu zovemo **inercijalnom silom**, a njen iznos za slučaj kad se S' sustav ubrzava akceleracijom $\vec{a}_i$ prema inercijalnom sustavu je:

$$F_i = -m \vec{a}_i$$

30. studenoga 2007.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 8

4

Jednoliko ubrzani sustavi – primjer

- ◆ Kolikom silom čovjek mase 70 kg djeluje na pod lifta kada se lift a) diže konstantnom brzinom, b) diže akceleracijom 1 m/s^2 i c) spušta akceleracijom 1 m/s^2 .

◆ Rezultat: a) $F_N = 687 \text{ N}$, b) $F_N = 757 \text{ N}$, c) $F_N = 617 \text{ N}$

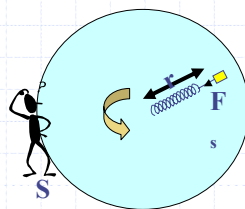
30. studenoga 2007.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 8

5

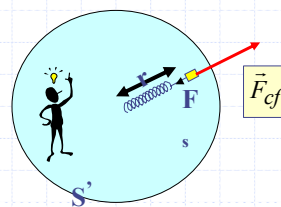
Rotirajući sustav - centrifugalna sila

- Sustav S' rotira konstantnom kutnom brzinom $\vec{\omega}$, jer je vezan za disk koji rotira.



Promatrač iz S vidi da je opruga nategnuta i da se tijelo rotira pod djelovanjem sile opruge, jer mu ta osigurava potrebnu centripetalnu silu.

$$\vec{F}_{op} = \vec{F}_{cp} = -m\omega^2 \vec{r}$$



Za promatrača iz S' sustava tijelo miruje mada je opruga nategnuta!

$$\vec{F}_{op} + \vec{F}_{cf} = 0$$

$$\vec{F}_{cf} = -\vec{F}_{op} = m\omega^2 \vec{r}'$$

30. studenoga 2007.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 8

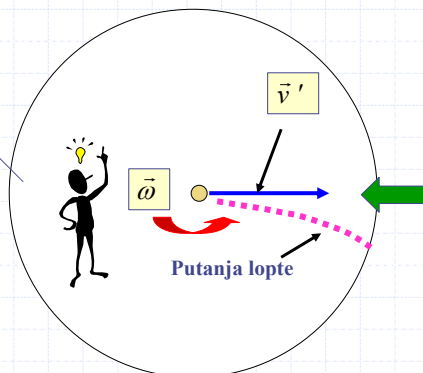
6

Coriolisova sila u sustavu koji rotira

- ◆ Pogledajmo kako se giba čestica po platformi koja rotira

Da bi objasnio gibanje koje uočava, promatrač u sustavu S' uvodi inercijalnu silu, tzv. Coriolisovu silu:

$$\vec{F}_{cor} = 2m\vec{v}' \times \vec{\omega}$$

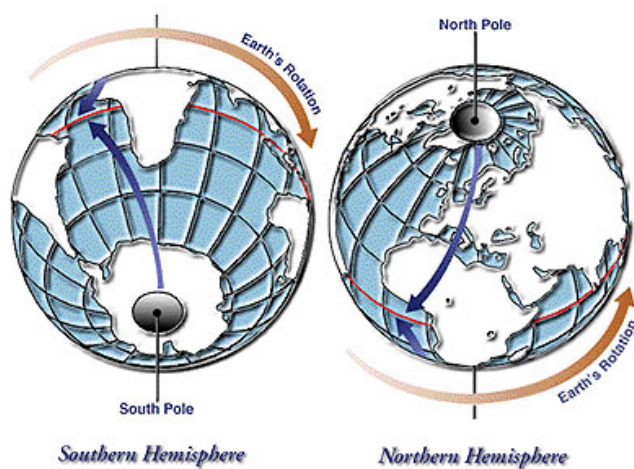


30. studenoga 2007.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 8

7

Coriolisova sila – primjer (1)

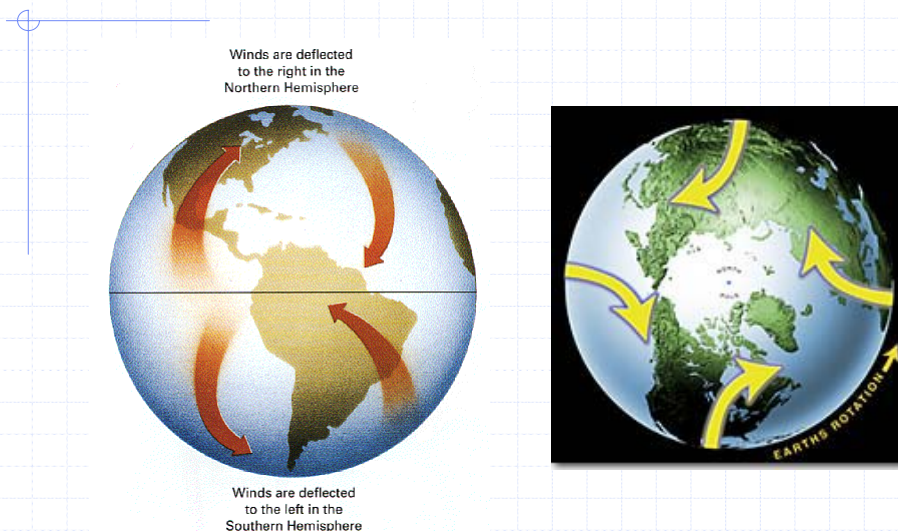


30. studenoga 2007.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 8

8

Coriolisova sila – primjer (2)



30. studenoga 2007.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 8

9

Sažetak (1) - Inercijalni i neinercijalni sustavi

◆ Inercijalni sustavi. Galilejev princip relativnosti

- Vektore položaja, brzine i akceleracije materijalne točke ovise o izboru referentnog sustava, pa se mijenjaju s prelaskom iz jednog sustava u drugi.
- Inercijalni sustav:** koordinatni sustav u kojem vrijede Newtonovi zakoni.
- Ako je sustav **S** inercijalan, tada je inercijalan svaki drugi sustav **S'** koji u odnosu prema njemu miruje ili se giba jednoliko po pravcu.
- Promatrajmo dva inercijalna sustava **S** i **S'** koji se jedan prema drugom gibaju konstantnom brzinom $\vec{v}_0$. Tada vrijede **Galilejeve transformacije** (tj. veza između veličina u sustavu S i S'):

$$\begin{aligned}\vec{a} &= \vec{a}' \\ x &= x' + v_0 t & v_x &= v'_x + v_0 \\ y &= y' & v_y &= v'_y \\ z &= z' & v_z &= v'_z \\ t &= t'\end{aligned}$$

- Drugi Newtonov zakon u oba inercijalna sustava ima isti oblik: $\vec{F}' = m'\vec{a}' = m\vec{a} = \vec{F}$
- Najvažniji zaključak:** Osnovni zakoni fizike jednaki su u svim inercijalnim sustavima, tj. u sustavima koji se gibaju stalnom brzinom (neubrzano) jedni prema drugima.
- Galilejev princip relativnosti (vrijedi u klasičnoj mehanici): nema apsolutno mirnog sustava, jer ni na koji način ne možemo ustanoviti koji sustav miruje, a koji se jednoliko giba.

30. studenoga 2007.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 8

10

Sažetak (2) - Inercijalni i neinercijalni sustavi

◆ Jednoliko ubrzani sustavi. Inercijalne sile

- Promatramo dva inercijalna sustava **S** i **S'** koji se jedan prema drugom gibaju konstantnom akceleracijom $\vec{a}_0$. Tada vrijede transformacije:

$$x' = x - v_0 t - a_0 t^2 / 2 \quad v'_x = v_x - v_0 - a_0 t \quad a'_x = a_x - a_0$$

- U **S'** drugi Newtonov zakon ima formalno isti oblik ako uvedemo inercijalnu (fiktivnu) silu $\vec{F}_i$ koja nastaje zbog neinercijalnosti sustava:

$$m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_i$$

$$\vec{F}_i = -m\vec{a}_0$$

- Razmotriti primjer dizala koje se: a) diže konstantnom brzinom prema, b) diže konstantnom akceleracijom i c) spušta konstantnom akceleracijom!

◆ Rotirajući sustav. Centrifugalna i Coriolisova sila.

- Inercijalna sila koja djeluje na tijelo u rotirajućem sustavu zove se centrifugalna sila. Po iznosu je jednaka centripetalnoj sili, ali je suprotnog smjera:

$$\vec{F}_{cf} = -\vec{F}_{cp} = m\omega^2 \vec{r}$$

- Kada se tijelo giba, s obzirom na rotirajući sustav, nekom brzinom $\vec{v}'$, tada na nj uz centrifugalnu silu, djeluje i Coriolisova sila, dana izrazom:

$$\vec{F}_c = 2m\vec{v}' \times \vec{\omega}$$

- Ukupna inercijalna sila u rotirajućem sustavu je vektorski zbroj centrifugalne i Coriolisove sile:

$$\vec{F}_i = \vec{F}_{cf} + \vec{F}_c$$

30. studenoga 2007.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 8

11

Gravitacija

◆ Gravitacija

- Sunčev sistem
- Keplerovi zakoni
- Newtonov zakon gravitacije
- Gravitacijsko polje
- Gravitacijska potencijalna energija
- Teška i troma masa

30. studenoga 2007.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 8

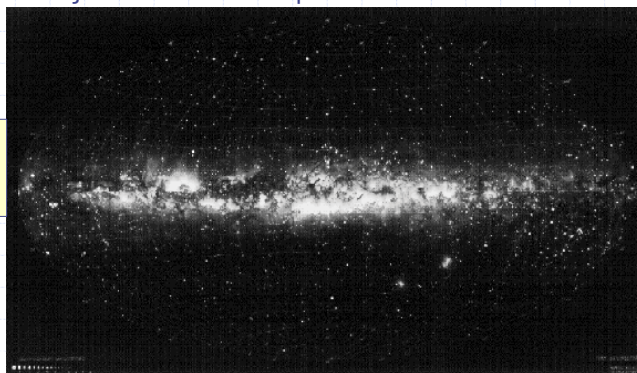
12

Kako detektirati crnu rupu?

Galaksija **Mliječna staza** je sustav sastavljen od prašine, planetâ i milijarde zvijezda, uključujući Sunce i sunčev sistem. Sila koja ovu, a i sve ostale galaksije, drži na okupu je ista sila koja prisiljava Mjesec na gibanje oko Zemlje – **gravitacijska sila**. Ista sila je odgovorna i za jedan od najčudnijih objekata u svemiru – **crnu rupu**, zvijezdu koja je kolapsirala u samu sebe. Gravitacijska sila blizu crne rupe tako je jaka da joj čak ni svjetlo ne može pobjeći.

Ako je to točno, kako onda možemo detektirati crnu rupu?

Odgovor ćete saznati na današnjem predavanju.



30. studenoga 2007.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 8

13

“Mjesto u kojem živimo” - Mliječna staza

◆ Nekoliko podataka o našoj galaksiji

- Sadrži oko **200 milijardi zvijezda**
- Promjer oko **100 000 svjetlosnih godina**
- Sunčev sistem udaljen oko **26 000 svj. god.** od centra
- Dio **Lokalne grupe** galaksija koja uključuje Andromedu, Veliki Mageljanov oblak etc.
- Lokalna grupa dio je **Lokalnog Superklastera** koji se giba prema supermasivnom predjelu u svemiru nazvanom **Veliki Atraktor**



Galaksija NGC2977 (vrlo slična našoj galaksiji)



Shematski prikaz Mliječne staze

30. studenoga 2007.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 8

14

Sunčev sistem

◆ Nekoliko podataka o planetama



Planet	Dijametar na ekvatoru (km)	Velika os elipse, a (10^6 m)	Period rotacije oko Sunca	Period rotacije oko svoje osi	Masa (u jedinicama mase Zemlje)	Ekscentricitet (u jedinicama eksc. Venere)
Sunce	1 392 530	-	-	25,4 dana	333948,2	-
Merkur	4 878	58	88 dana	48,6 dana	0,06	30
Venera	12 104	108	225 dana	243 dana	0,81	1
Zemlja	12 756	150	1 god.	1 dan	1,00	2,5
Mars	6 794	228	1,9 god.	24,6 h	0,11	13,8
Jupiter	142 800	778	11,9 god.	9,8 h	317,89	7,1
Saturn	120 000	1 427	29,5 god.	10,2 h	95,14	8,2
Uran	53 000	2 870	84 god.	16-28 h	14,52	7,0
Neputun	48 400	4 497	165 god.	18-20 h	17,25	1,3
Pluton	3 000	5 899	248 god.	6,3 dana	0,10	37,4

30. studenoga 2007.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 8

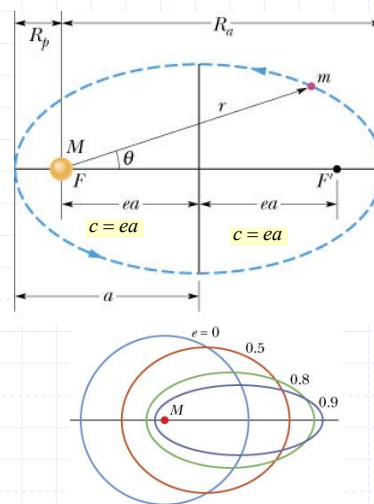
15

O elipsi

◆ b - mala poluos, a - velika poluos

◆ Ekscentricitet elipse je: $e = c/a$

- Za kružnicu, $e = 0$, fokusi se nalaze u istoj točki u centru
- Ekscentricitet ua elipsu ima vrijednostu u području: $0 < e < 1$
- Hiperbola $e > 1$
- Parabola $e = 1$
- ekscentricitet Zemljine putanje oko sunca je 0,0167



30. studenoga 2007.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 8

16

Povjesni pregled razvoja nebeske mehanike

- ◆ Oko 150 godine, grčki matematičar, astronom i geograf C. Ptolomej postavlja teoriju geocentričnog sustava, po kojem se Sunce i svi ostali planeti i zvijezde vrte oko Zemlje kao nepomičnog središta Svemira.
- ◆ N. Kopernik (1473-1543) poljski astronom zalaže se za heliocentrični sustav po kojem se Zemlja i planeti gibaju po kružnicama u čijem je središtu Sunce. (1543)
- ◆ Danski astronom Ticho Brahe (1546-1601) prikupio veliki broj preciznih podataka o kretanju planeta (izgubio dio nosa u dvoboju)
- ◆ Johannes Kepler, njemački astronom, 1609, i 1619 interpretira mjerne podatke T. Brahea, iskazana u tri Keplerova zakona.

T. Brahe



J. Kepler



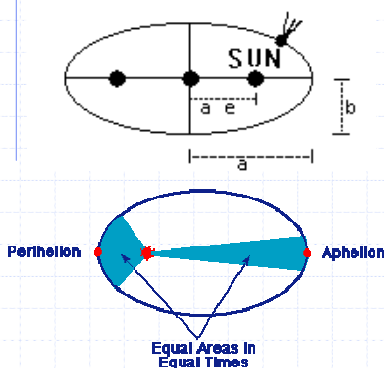
30. studenoga 2007.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 8

17

Keplerovi zakoni

Johannes Kepler (1571-1630)



Objavljeni: I i II 1609., III 1619.

1. Planeti se gibaju oko Sunca po elipsama, Sunce je u jednom od žarišta
2. Spojnica planet-Sunce u Jednakim vremenima prebriše jednake površine
3. Za sve planete stalan je omjer kvadrata ophodnog vremena i kubova velike poluosi

$$\frac{T^2}{a^3} = konst.$$

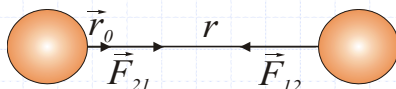
30. studenoga 2007.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 8

18

Newtonov zakon gravitacije

- Newton je 1685. objavio svoju teoriju gravitacije:



$$\vec{F}_{12} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{r}_0 \quad \vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$



$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ (Nm}^2/\text{kg}^2 = \text{m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2})$ – gravitacijska konstanta

Newtonov univerzalni zakon gravitacije glasi: Svaka materijalna točka mase m_1 privlači svaku drugu materijalnu točku mase m_2 silom koja je razmjerna umnošku mase m_1 i m_2 a obrnuto razmjerna kvadratu njihove međusobne udaljenosti.

Gravitacijska sila privlačenja između dva tijela mase 1 kg i 2 kg na udaljenosti od 5 cm iznosi $5,3 \times 10^{-8}$ N. Coulombova sila između protona i elektrona u vodikovu atomu je oko 10^{39} puta veća od gravitacijske sile. Dva tijela mase 100 kg na udaljenosti 1 m privlače se silom od 10^{-6} N. Gravitacijska sila je najslabija sila u prirodi.

30. studenoga 2007.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 8

19

Primjer – Newtonov zakon gravitacije

- Pomoću vrijednosti akceleracije slobodnog pada $g = 9,806 \text{ m/s}^2$, vrijednosti konstante gravitacije $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ i Newtonova zakona gravitacije izračunajte masu i srednju gustoću Zemlje. Radijus Zemlje iznosi $R_Z = 6377 \text{ km}$.

Rezultat: $M_Z = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$, $\rho_Z = 5,5 \text{ g/cm}^3$.

30. studenoga 2007.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 8

20

Dokaz drugog Keplerovog zakona

- Drugi Keplerov zakon je posljedica očuvanja momenta količine gibanja planeta u putanji oko Sunca.
- Zakretni moment privlačne sile Sunca na planet je jednak nulu jer sila leži duž spojnice Sunce-planet.

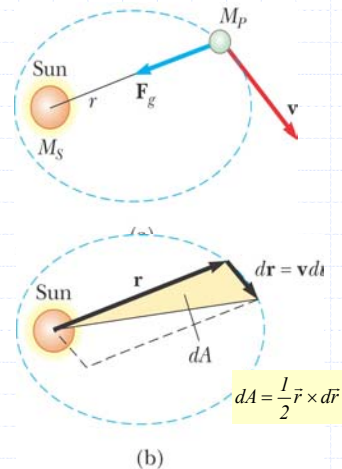
$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}_g = 0 \rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = 0$$

$$\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v} = \text{konst.}$$

- Za vrijeme dt radijus vektor r prebriše površinu dA

$$\frac{dA}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \vec{r} \times \vec{v} dt \right) = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \vec{r} \times \frac{\vec{v} m dt}{m} \right) = \frac{\vec{L}}{2m} = \text{konst.}$$

- Kako je moment količine gibanja planeta u putanji oko Sunca konstantan mora i površina koje prebriše spojnica Sunce-planet u jednakim vremenskim intervalima biti ista.



30. studenoga 2007.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 8

21

Dokaz trećeg Keplerova zakona

- Za sve planete stalan je omjer kvadrata ophodnog vremena i kubova velike poluosi

Osnovna jednadžba

$$F = ma_{cp} = G \frac{Mm}{r^2}$$

$$a_{cp} = \omega^2 r$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$ma = G \frac{Mm}{r^2}$$

$$\cancel{\omega^2} r = G \frac{M \cancel{m}}{r^2}$$

m-masa planeta
M-masa Sunca

$$r^3 = \frac{GM}{4\pi^2} T^2$$

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM} = K_{\text{sun}}$$

30. studenoga 2007.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 8

22

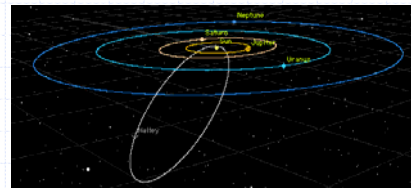
Primjer – Halleyev komet

- ◆ Halleyev komet okreće se oko Sunca s periodom od 76 godina. 1986. godine zabilježena je njegova najmanja udaljenost od Sunca, tzv. *udaljenost perihela* R_p , od 8.9×10^{10} m. Za masu sunca uzmite vrijednost 1.99×10^{30} kg.

a) Kolika je najveća udaljenost Halleyevog kometa od Sunca, tzv. *udaljenost afela* R_a ?



b) Koliki je ekscentricitet e putanje Halleyevog kometa?



- ◆ Rezultat: a) $R_a = 5,3 \times 10^{12}$ m, b) $e = 0,97$.

30. studenoga 2007.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 8

23

Primjer – Crna rupa u središtu Mliječne staze

- ◆ Promatrajući zvijezde u oko središta naše galaksije uočena je jedna zvijezda (nazvana S2) koja kruži oko središta s periodom od 15,2 godine i velikom osi $a = 5,50$ svjetlosnih dana ($= 1,42 \times 10^{14}$ m). Misteriozni objekt u središtu galaksije oko kojeg kruži S2 nazvan je Sagittarius A* (izgovara se "A zvijezda"). Kolika je masa A*? I što je uopće A*?



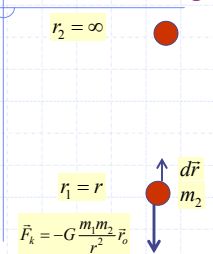
- ◆ $M_{A^*} = 7,35 \times 10^{36}$ kg $= (3,7 \times 10^6) M_{\text{Sunca}}$
- ◆ A* se ne može vizualno uočiti. Stoga zaključujemo da je ekstremno kompaktan objekt. Ovako velika masa u tako malom objektu navodi nas na zaključak da se radi o supermasivnoj crnoj rupi. Više informacija na (<http://www.mpe.mpg.de/ir/GC/index.php>).

30. studenoga 2007.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 8

24

Gravitacijska potencijalna energija (1)

$r_2 = \infty$


$\vec{F}_k = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{r}_0$



$W_k = -\Delta E_p$ Poucak o radu i potencijalnoj energiji

$$W = -\int_{r_1}^{r_2} G \frac{m_1 m_2}{r^2} dr = -(E_p(r_2) - E_p(r_1)) \quad \int \frac{dr}{r^2} = -\frac{1}{r}$$

$G \frac{m_1 m_2}{r_2} - G \frac{m_1 m_2}{r_1} = -E_p(r_2) + E_p(r_1)$

◆ Ako se zahtjeva je da je potencijalna energija sistema Zemlja + materijalna točka jednaka nuli kad se nalaze na beskonačnoj udaljenosti $E_p(\infty) = 0 \quad r_2 = \infty$

$E_p(r) = -G \frac{m_1 m_2}{r}$

◆ Kad se zahtjeva da je potencijalna energija jednaka nuli kad se tijelo nalazi na površini Zemlje tj: $E_p(r = R_z) = 0 \rightarrow E_p(\infty) = G \frac{m_1 m_2}{R_z}$

$E_p(r) = G m_1 m_2 \left(\frac{1}{R_z} - \frac{1}{r} \right) \Rightarrow E_p(r) = G m_1 m_2 \frac{R_z + h - R_z}{R_z(R_z + h)} \approx m_2 g h$

30. studenoga 2007.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 8

25

Energija veze satelita

◆ Ukupna energija tijela koje se giba oko Zemlje ili se nalazi na Zemlji je negativna (potencijalna energija je negativna i po apsolutnoj vrijednosti veća od kinetičke koja je uvijek pozitivna). Fizikalno značenje $E < 0$ iskazuje činjenicu da se tijelo giba po zatvorenoj putanji oko Zemlje tj. da je vezano za Zemlju. Kad je mehanička energija veća od nule $E \geq 0$ tada se tijelo giba po nekoj otvorenoj putanji, njeno gibanje nije lokalizirano na određeni dio prostora. Već i slučaju kad je energija tijela $E = 0$, tijelo se može unatoč privlačnoj sili udaljiti u beskonačnost jer je $E_p(\infty) = 0$, $E_k = 0$.

Energija satelita koji kruži brzinom v na udaljenosti r od Zemlje.

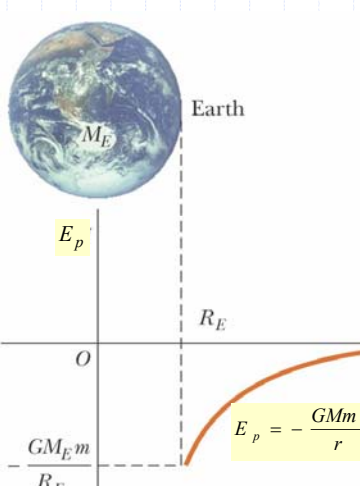
$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2} m v^2 - G \frac{M m}{r}$$

$$\frac{m v^2}{r} = G \frac{M m}{r^2} \rightarrow \frac{1}{2} m v^2 = G \frac{M m}{2 r}$$

$$E = E_k + E_p = -\frac{1}{2} G \frac{M m}{r}$$

Energija veze satelita je energija koju treba dati satelitu da se udalji u beskonačnost od Zemlje

$$E_{veze} = \frac{1}{2} G \frac{M m}{r}$$



$E_p = -\frac{G M m}{r}$

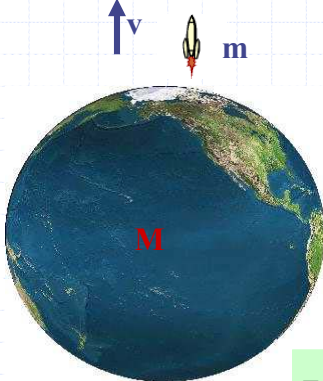
30. studenoga 2007.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 8

26

Energija veze satelita (druga kozmička brzina)

Potencijalna energija rakete na Zemlji $E_p = -\frac{GMm}{R}$



Raketa je vezana za Zemlju sve dok je njena ukupna energija ne postane veća ili jednaka nuli: $E \geq 0$

$E = E_p + E_k \geq 0 \longrightarrow E_k \geq -E_p$

Minimalna kinetička energija odnosno brzina koju treba dati tijelu da se oslobodi privlačne sile Zemlje (druga kozmička brzina) je:

$$E_k = \frac{1}{2}mv_{II}^2 = \frac{GMm}{R} \quad v_{II} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{2gR} = 11,2 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

30. studenoga 2007.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 8

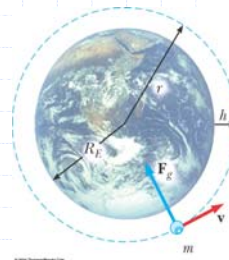
27

Prva kozmička brzina

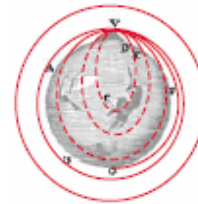
- Da bi tijelo mase m kružilo oko Zemlje tj. postalo njen umjetni satelit treba ga lansirati najmanje prvom kozmičkom brzinom
- Tijelo tada kruži tik uz površinu Zemlje.
- Iznos prve kozmičke brzine nalazimo iz zahtjeva da je centripetalna sila koja osigurava kružno gibanje jednaka gravitacijskoj sili.

$$\frac{mv_1^2}{R_z} = mg - \text{tijelo se giba tik uz površinu Zemlje}$$

$$v_1 = \sqrt{gR_z} = 7,9 \left(\frac{\text{km}}{\text{s}} \right)$$



- Ako je tijelo lansirano brzinom manjom od prve kozmičke brzine ono će ponovo pasti natrag na Zemlju.
- Ako je brzina lansiranja veća od prve kozmičke brzine a manja od druge kozmičke brzine tijelo će kružiti oko Zemlje kao umjetni satelit i to dalje što je brzina lansiranja veća.
- Kad je brzina lansiranja veća od druge kozmičke brzine tijelo će po paraboličnoj odnosno hiperbolnoj putanji napustiti Zemljino gravitacijsko polje.



30. studenoga 2007.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 8

28

Druga kozmička brzina

- ◆ Druga kozmička brzina ne ovisi o masi tijela koje se lansira, drugim riječima istom brzinom treba lansirati i raketu i neku molekuli da napusti Zemlju.
- ◆ Ovi podaci o drugoj kozmičkoj brzini u kombinaciji s kinetičko molekularno teorijom plinova objašnjavaju zašto neki planeti imaju atmosferu a neki nemaju.
- ◆ Srednja kinetička energija molekula plina ovisi o temperaturi plina. Pri istoj temperaturi lakše molekule kao helij i vodik imaju veću brzinu nego teže molekule.
- ◆ Zato u atmosferi Zemlje nema helija ni vodika, ali ima dušika i kisika.
- ◆ U atmosferi Jupitera ima molekula vodika i helija jer je tamo druga kozmička brzina znatno veća nego na Zemlji.

Escape Speeds from the Surfaces of the Planets, Moon, and Sun

Planet	v_{esc} (km/s)
Mercury	4.3
Venus	10.3
Earth	11.2
Mars	5.0
Jupiter	60
Saturn	36
Uranus	22
Neptune	24
Pluto	1.1
Moon	2.3
Sun	618

30. studenoga 2007.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 8

29

Kozmičke brzine

- ◆ Prva kozmička brzina
 - Brzina kojom je potrebno lansirati tijelo da bi kružilo oko Zemlje, tj. postalo njen umjeti satelit, po kružnici polumjera jednakom radijusu Zemlje.
 - $v_1 = 7,9 \text{ km/s}$
- ◆ Druga kozmička brzina
 - Brzina kojom je potrebno lansirati tijelo da bi zauvijek napustilo Zemlju, tj. izišlo iz područja djelovanja njezine sile teže.
 - $v_2 = 11,2 \text{ km/s}$
- ◆ Ako tijelo lansiramo s površine Zemlje brzinom:
 - $v < v_2 \rightarrow$ tijelo će pasti natrag (hitac uvis)
 - $v_1 \leq v < v_2 \rightarrow$ tijelo će kao umjetni satelit kružiti oko Zemlje po eliptičnoj putanji, to dalje što je brzina lansiranja veća
 - $v \geq v_2 \rightarrow$ tijelo će po paraboličnoj, odnosno hiperboličnoj putanji, napustiti Zemljino gravitacijsko polje.

30. studenoga 2007.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 8

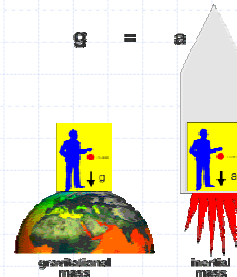
30

Einstein i gravitacija

◆ Princip ekvivalencije (osnovni postulat **Opće teorije relativnosti**)

- **Troma masa** (m_{troma}): svojstvo tijela da se protivi promjeni gibanja
- **Teška masa** ($m_{teška}$): svojstvo tijela preko kojeg djeluje privlačnom silom na neko drugo tijelo

$$\text{ekvivalentna} \\ m_{troma} \Leftrightarrow m_{teška}$$



◆ Primjer primjene Opće teorije relativnosti:

- **Global positioning system (GPS)**, detekcija položaja preciznim mjerenjem vremenskih signala. Neophodna korekcija za efekte predviđene općom teorijom relativnosti.

30. studenoga 2007.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 8

31

Eksperimentalni dokazi

◆ Opća teorija relativnosti dokazana je u mnoštvu eksperimenata:

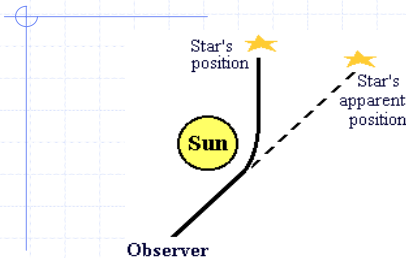
- Mjerenje precesije Merkurova perihela (1915.)
- Primjećena skretanje svjetlosne zrake zvijezda blizu rubova Sunca, tijekom solarne eklipse (1919.)
- Mjerenje crvenog pomaka svjetla od zvijezda bijelih patuljaka (1924.)
- Mjerenje crvenog pomaka gama zraka u Zemljinom gravitacijskom polju (1960.)
- Mjerenje vremenskog kašnjenja radarskog signala reflektiranog s Venere i Marsa (1968.)
- Mjerenje vremenskog kašnjenja radarskog signala iz svemirskih brodova koji su prošli kraj ostalih planeta (1970.)
- Mjerenje precesije perihela asteroida Icarus (1971.)
- Mjerenje vremenskog pomaka zbog Zemljine gravitacije, uspoređujući atomske satove na Zemlji i u svemiru (1976.)
- Primjećene efekte gravitacijskih leća, tj. fokusiranja svjetla udaljenih zvijezda od strane masivnih objekata između nas i zvijezda (1980.)
- Primjećene spiralne i orbitalne precesije binarnih neutronske zvijezde, u skladu s predviđenim gubitkom energije usljed zračenja gravitacijskih valova (1982.)

30. studenoga 2007.

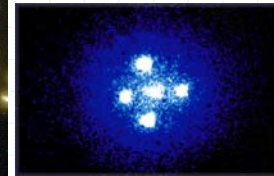
Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 8

32

Gravitacijsko zakretanje svjetlosti



- ◆ Svjetlost koja s udaljene zvijezde prolaze pokraj Sunca zakreće se. Kao rezultat ovog efekta, promatraču na Zemlji se čini da se zvijezda pojavljuje dalje od Sunca, i na drugom mjestu, nego što je stvarno slučaj.
- ◆ Galaksije mogu proizvesti tako jako savijanje svjetla, da dobijemo višestruku sliku zvijezdi, koja onda može biti u obliku luka, kruga, križa etc. Tada te galaksije zovemo **gravitacijske leće**.



- ◆ **Gravitacijske leće:** Slika što je stvaraju gravitacijske leće može imati mnoštvo oblika. Ponekad je svjetlost s udaljenih objekata raširena u obliku luka, ili ponekad čak i potpunog prstena (slika lijevo). U drugim slučajevima, mogu se proizvesti 4 slike, kao u čuvenom "Einsteinovom križu", prikazanom na slici desno. Galaksija koja služi kao lećaje udaljena oko 400 milijuna svjetlosnih godina, dok je kvazar čije slike vidimo oko 20 puta udaljeniji.

30. studenoga 2007.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 8

33

Crne rupe

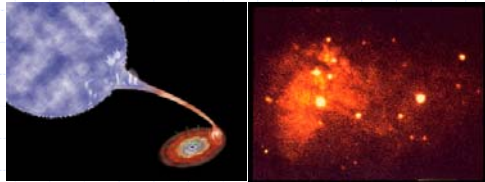
- ◆ Intenzivno gravitacijsko polje može se proizvesti kada zvijezda iscrpi svoje nuklearno gorivo i kolapsira na vrlo malu veličinu.
- ◆ U tom slučaju gravitacijsko polje postaje dovoljno jako da iz njega ne može izaći niti jedna čestica, pa čak niti svjetlost (svjetlost je toliko zakrivljena da se praktički vrati u istu točku).
- ◆ S obzirom da takva zvijezda ne može emitirati svoju svjetlost, zove se **crna rupa**.
- ◆ Crne rupe se, po definiciji, ne mogu direkto promatrati; međutim njihovo prisustvo može se naslutiti iz gravitacijskog djelovanja na obližnja tijela.
- ◆ Isto tako je moguće detektirati intenzivno zračenje emitirano od ionizirajuće materija koja pada u crnu rupu.
- ◆ Na ovakav način su pronađene crne rupe u središtima galaksija.
- ◆ Danas se smatra da su crne rupe relativno česte u svemiru.

30. studenoga 2007.

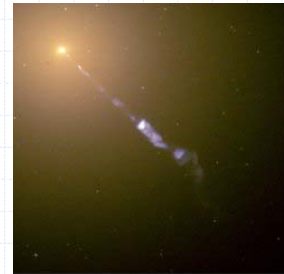
Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 8

34

Crne rupe - detekcija



- ◆ S obzirom da progutaju cijelu svjetlost, crne rupe su praktički nevidljive. Međutim, mogu se indirektno detektirati na nekoliko načina. Ako jedan član binarnog sustava zvijezda kolapsira i postane crna rupa, oko nje se može formirati tzv. "akrecijski" disk, kao što je prikazano na crtežu gore (umjetnički prikaz, nije stvarna slika). "Akrecijski" diske je prsten materije koji s vidljive zvijezde odlazi prema crnoj rupi, povećavajući svoju brzinu kako joj se približava. Zračenje emitirano od ove materije je znak prisustva crne rupe.



- ◆ Sličnim efektom, samo na mnogo većoj skali, vjerojatno se može objasniti enormne količine zračenja koji dolazi iz središta aktivnih galaksija (kao npr. M87 prikazana na slici; divovska eliptička galaksija s enormnim mlazom materije koji dolazi iz njenog središta). Crne rupe nekoliko milijuna puta masivnije od Sunca su vjerojatno prisutne u jezgrama većine takvih galaksija – i vjerojatno u svim galaksijama.

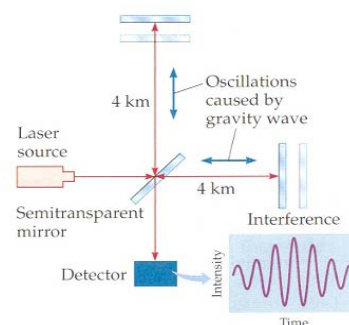
30. studenoga 2007.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 8

35

Gravitacijski valovi - LIGO

LIGO – Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory



30. studenoga 2007.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 8

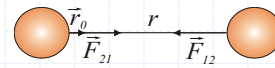
36

Sažetak (3) - Gravitacija

◆ Newtonov zakon gravitacije:

Gravitacijska sila između dva tijela mase m_1 i m_2 međusobno udaljena za r uvijek je privlačna i iznosi:

$$\vec{F}_{12} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{r}_0 \quad \vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$



gdje je $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$.

◆ Gravitacijska sila između dva tijela koja ne možemo aproksimirati materijalnim točkama jednaka je sumi gravitacijskih sila između elementarnih masa:

$$\vec{F}_{12} = - \sum_i \sum_j G \frac{\Delta m_i \Delta m_j}{r_{ij}^2} \vec{r}_{0ij}$$

◆ Keplerovi zakoni:

1. Svi planeti kreću se po elipsama u čijem se jednom žarištu nalazi Sunce
2. Radijusvektor planeta u jednakim vremenskim intervalima opisuju jednake površine
3. Kvadrati ophodnih vremena planeta oko Sunca odnose se kao kubovi velikih poluosi njihovih eliptičnih putanja.

30. studenoga 2007.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 8

37

Sažetak (4) - Gravitacija

◆ Svako tijelo (koje ima masu) u prostoru oko sebe stvara **gravitacijsko polje**, u kojemu se osjeća gravitacijsko djelovanje.

◆ **Jakost (intenzitet)** gravitacijskog polja tijela mase m_1 definiramo kao omjer gravitacijske sile i mase tijela na koje djeluje ta sila:

$$\vec{\gamma} = \frac{\vec{F}_{12}}{m_2} = -G \frac{m_1}{r^2} \vec{r}_0$$

◆ Ukupno gravitacijsko polje više materijalnih točaka jednako je vektorskom zbroju pojedinih gravitacijskih polja.

◆ **Sila teže** je vektorski zbroj **gravitacijske sile** i **centrifugalne sile** koja je posljedica rotacije Zemlje oko svoje osi:

$$\vec{G} = \vec{F}_G + \vec{F}_c$$

◆ **Princip ekvivalencije:** teška i troma masa iste su za sva tijela.

◆ Ne možemo razlikovati inercijalni sustav u gravitacijskom polju, gdje je ubrzanje gravitacije g , od neinercijalnog sustava daleko od svih drugih tijela, koji se giba ubrzano s ubrzanjem $\vec{a} = -\vec{g}$

30. studenoga 2007.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 8

38

Pitanja za provjeru znanja

1. **Što su inercijalni sustavi? Što kaže Galilejev princip relativnosti? (obavezno)**
2. **Što su inercijalne sile? Koliki je iznos i kakav je smjer inercijalnih sila koje se pojavljuju u jednoliko ubrzanom sustavu i rotirajućem sustavu u kojem a) tijelo miruje i b) tijelo se giba određenom brzinom s obzirom na rotirajući sustav? (obavezno)**
3. Napišite i objasnite Galilejeve transformacije.
4. Objasnite što su inercijalne sile. Izvedite izraze za inercijalnu silu u jednoliko ubrzanom sustavu i za centrifugalnu silu. Koliki je iznos i smjer inercijalne sile u rotirajućem sustavu u kojem se tijelo giba određenom brzinom s obzirom na rotirajući sustav?
5. **Objasnite Newtonov zakon gravitacije. Kako glase Keplerovi zakoni? (obavezno)**
6. Objasnite Newtonov zakon gravitacije. Napišite (u vektorskom obliku) izraz za gravitacijsku silu između dvije čestice. Kako je izmjerena gravitacijska konstanta? Iz gravitacijske konstante, polumjera Zemlje i akceleracije sile teže izračunajte masu Zemlje?
7. Objasnite što je gravitacijsko polje? Kolika je gravitacijska potencijalna energija?
8. Što je sila teža i polje sile teže? Što je težina tijela?
9. Objasnite Keplerove zakone?
10. Kakva je razlika između tromе i teške mase?

30. studenoga 2007.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 8

39