



Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje

Studij računarstva

Fizika 1

Auditorne vježbe – 8

Inercijalni i neinercijalni sustavi. Gravitacija.

23. siječnja 2009.

Ivica Sorić

(suri@fesb.hr)

Ponavljjanje – inercijalni i neinercijalni sustavi

◆ Jednoliko ubrzani sustavi. Inercijalne sile

- Promatrajmo dva inercijalna sustava **S** i **S'** koji se jedan prema drugom gibaju konstantnom akceleracijom $\vec{a}_0$. Tada vrijede transformacije:

$$x' = x - v_{0x}t - at^2/2 \quad v'_x = v_x - v_{0x} - a_0t \quad a'_x = a_x - a_0$$

- U **S'** drugi Newtonov zakon ima formalno isti oblik ako uvedemo inercijalnu (fiktivnu) silu $\vec{F}_i$ koja nastaje zbog neinercijalnosti sustava:

$$m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_i$$

$$\vec{F}_i = -m\vec{a}_0$$

◆ Rotirajući sustav. Centrifugalna i Coriolisova sila.

- Inercijalna sila koja djeluje na tijelo u rotirajućem sustavu zove se centrifugalna sila. Po iznosu je jednaka centripetalnoj sili, ali je suprotnog smjera:

$$\vec{F}_{cf} = -\vec{F}_{cp} = m\omega^2\vec{r}$$

- Kada se tijelo giba, s obzirom na rotirajući sustav, nekom brzinom $\vec{v}'$, tada na nj uz centrifugalnu silu, djeluje i Coriolisova sila, dana izrazom:

$$\vec{F}_C = 2m\vec{v}' \times \vec{\omega}$$

- Ukupna inercijalna sila u rotirajućem sustavu je vektorski zbroj centrifugalne i Coriolisove sile:

$$\vec{F}_i = \vec{F}_{cf} + \vec{F}_C$$

Primjer 1

◆ Na koloturi zanemarive mase obješena su dva tijela, $m_1=5\text{kg}$ i $m_2=15\text{ kg}$, povezana nerastegljivim čvrstim koncem zanemarive mase. Sva trenja zanemarujemo. Kolotura je pričvršćena na strop dizala koje se spušta ubrzanjem $g/3$.

A) Izračunajte ubrzanje utega.

B) Koliko će biti ubrzanje tijela mase m_2 ako se prekine konac na kojem ono visi?

C) Nakon koliko vremena će to tijelo udariti o pod dizala, ako se u trenutku presijecanja konca nalazilo na visini 1.7 m od poda?

◆ Rezultat: A) $a=g/3$, B) $a_2=2g/3$, C) $t=0.72\text{ s}$

Primjer 2

- ◆ Staza za motociklističke akrobacije, nazvana "zidom smrti", ima oblik vertikalnog cilindra polumjera $R=10\text{m}$ i izrađena je od materijala visokog faktora statičkog trenja $\mu=0.75$. Odredite najmanju frekvenciju vrtnje i najmanju brzinu koju motociklist mora postići kako bi mogao voziti po stijenci cilindra bez da klizi prema dolje.

- ◆ Rezultat: $f \geq 0.18 \text{ s}^{-1}$, $v \geq 11.44 \text{ m/s}$

Primjer 3

- ◆ Metak je ispaljen u horizontalnom smjeru na 60° sjeverne geografske širine. Početna brzina metka je 1 km/s , a meta je udaljena 1 km u pravcu sjevera. Koliko će metak promašiti metu zbog inercijalnih sila u horizontalnom, a koliko u vertikalnom pravcu? Otpor zraka zanemariti.

- ◆ Rezultat: $d_{\text{hor}} = 6,30 \text{ cm}$; $d_{\text{ver}} = 0,42 \text{ cm}$

Primjer 4 (domaći rad)

- ◆ Metak je ispaljen u horizontalnom smjeru na 60° sjeverne geografske širine. Početna brzina metka je 1 km/s , a meta je udaljena 1 km u pravcu sjeverozapada. Koliko će metak promašiti metu zbog inercijalnih sila u horizontalnom, a koliko u vertikalnom pravcu? Otpor zraka zanemariti.

- ◆ Rezultat: $d_{\text{hor}} = 4,45 \text{ cm}$; $d_{\text{ver}} = 2,15 \text{ cm}$

Ponavljanje - Gravitacija

◆ Newtonov zakon gravitacije:

Gravitacijska sila između dva tijela mase m_1 i m_2 , međusobno udaljena za r uvijek je privlačna i iznosi:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

gdje je $G = 6,672 \times 10^{-11} \text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$.

◆ Gravitacijsko polje mase m_1 definiramo kao omjer gravitacijske sile i mase tijela na koje djeluje ta sila:

$$\vec{\gamma} = -G \frac{m_1}{r^2} \vec{r}_0$$

◆ Sila teže je vektorski zbroj gravitacijske sile i centrifugalne sile koja je posljedica rotacije Zemlje oko svoje osi:

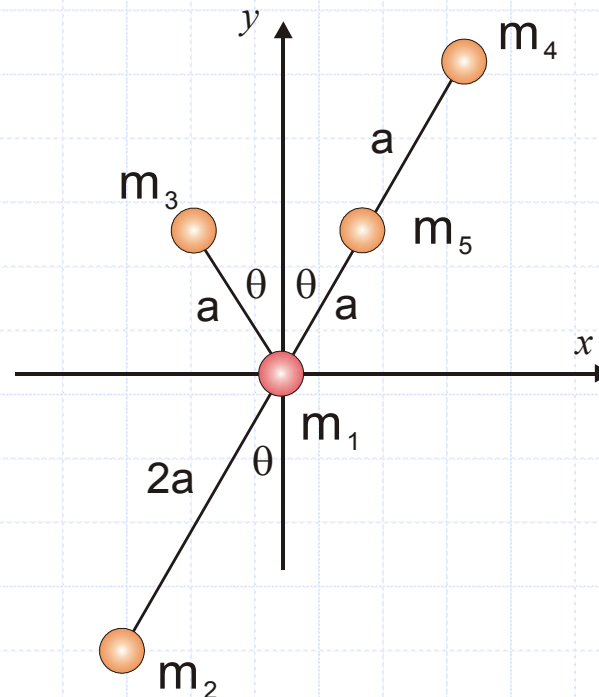
$$\vec{F}_G = m \vec{\gamma} + \vec{F}_{cf}$$

◆ Keplerovi zakoni:

1. Svi planeti gibaju se po elipsama u čijem se jednom žarištu nalazi Sunce.
2. Radijusvektor planeta u jednakim vremenskim intervalima opisuje jednake površine.
3. Kvadrati ophodnih vremena planeta oko Sunca odnose se kao kubovi velikih poluosi njihovih eliptičnih putanja.

Primjer 1 – Newtonov zakon gravitacije

- Na slici je prikazana konfiguracija 5 tijela u ravnini, s masama $m_1 = 8 \text{ kg}$, $m_2 = m_3 = m_4 = m_5 = 2 \text{ kg}$, udaljenošću $a = 2 \text{ cm}$ i kutem $\theta = 30^\circ$. Kolika je rezultanta gravitacijskih sila četiriju masa na masu m_1 ?



- Rezultat: $F_1 = 4,6 \times 10^{-6} \text{ N}$.

Primjer 2 – Sila teža

- ◆ Izračunajte kut između vektora gravitacijskog polja i vektora akceleracije sile teže na 45° zemljopisne širine.
 - Potrebni podaci:
 - Masa Zemlje $M_z = 5,9742 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
 - Radijus Zemlje $R_z = 6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$
 - Univerzalna gravitacijska konstanta $G = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$

◆ Rezultat: $\delta = 5,9'$

Primjer 3

- ◆ Na ekvatoru nekog planeta težina je tijela dva puta manja nego na polu. Srednja gustoća planeta je $3 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$. Nađite period okretanja planeta oko svoje osi.

- ◆ Rezultat: $T = 9\,704 \text{ s}$.

Primjer 4 – Satelit na kružnoj putanji oko Zemlje (domaći rad)

- ◆ Satelit mase $m = 600 \text{ kg}$ kruži po kružnoj putanji oko Zemlje na visini jednakoj radijusu Zemlje ($R_z = 6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$, $M_z = 5,9742 \cdot 10^{24} \text{ kg}$). Nađite: a) obodnu brzinu satelita, b) period kruženja satelita, c) gravitacijsku silu koja djeluje na njega.

- ◆ Rezultat: a) $v = 5,59 \times 10^3 \text{ m/s}$, b) $T \cong 4 \text{ h}$, c) $F = 1,47 \times 10^3 \text{ N}$

Primjer 5 – Geostacionarni satelit

- ◆ Na kojoj se visini iznad površine Zemlje treba nalaziti satelit da bi bio "geostacionaran", tj. da bi stalno bio iznad iste točke na Zemlji? Kolikom obodnom brzinom se giba takav satelit?

- ◆ Rezultat: $r = 3,59 \cdot 10^7 \text{ m} \cong 5,6 R_z$; $v = 3,07 \text{ km/s}$.

Primjer 6 – Mjesec Io i Jupiterova masa

- ◆ Io (hrv. Ija), Jupiterov mjesec, ima period kruženja od 1,77 dana i polumjer putanje od $4,22 \times 10^5$ km. Pomoću ovih podataka odredite masu Jupitera.



- ◆ Rezultat: $m_J = 1,9 \times 10^{27}$ kg.