



Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje

Studij računarstva

Fizika 1

Auditorne vježbe – 9

Relativistička mehanika.

30. siječnja 2009.

Ivica Sorić

(suri@fesb.hr)

Ponavljjanje (1)

◆ Postulati specijalne teorije relativnosti:

1. Svi zakoni prirode imaju isti oblik u svim inercijalnim sustavima, tj. u sustavima koji se relativno jedan prema drugome gibaju jednoliko po pravcu.

2. Brzina svjetlosti u vakuumu ($c = 299\,792\,458\text{ m/s}$) jednaka je u svim inercijalnim sustavima i ne ovisi o gibanju izvora ili detektora svjetlosti.

◆ Relativnost istovremenosti:

Istovremenost nije apsolutni već relativni koncept, koji ovisi o gibanju promatrača.

◆ Relativnost vremena:

Vremenski interval Δt_0 između dva događaja u istoj točki prostora inercijalnog sustava S' (**vlastito vrijeme**) i vremenski interval Δt između ta dva ista događaja, ali mjeren iz sustava S koji se prema S' giba brzinom v , povezani su relacijom

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0 \quad (\text{dilatacija vremena}) \quad \gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2} \quad \beta = v/c$$

Ponavljjanje (2)

◆ Relativnost duljine:

Duljina objekta mjerena u referentnom sustavu u kojem objekt miruje zove se **vlastita duljina (L_0)**. Mjerenje duljine istog objekta iz bilo kojeg referentnog sustava koji se giba prema njemu brzinom v , uvijek je manja i iznosi:

$$L = L_0 / \gamma \quad (\text{kontrakcija duljine})$$

◆ Lorentzove transformacije: za prijelaz iz inercijalnog sustav S u inercijalni sustav S' koji se, s obzirom na sustav S giba jednoliko po pravcu uzduž osi x brzinom v

$$\begin{aligned} x' &= \gamma(x - vt); & y' &= y; & z' &= z; & t' &= \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right) \\ x &= \gamma(x' + vt'); & y &= y'; & z &= z'; & t &= \gamma\left(t' + \frac{v}{c^2}x'\right) \end{aligned}$$

Ponavljjanje (3)

- ◆ Relativistički zakon slaganja brzina: za brzine uzduž x osi

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{v}{c^2}u}; \quad u = \frac{u' + v}{1 + \frac{v}{c^2}u'}$$

- ◆ Relativistička količina gibanja čestice mase mirovanja m_0 koja se giba brzinom v jest

$$\vec{p} = \gamma m_0 \vec{v} = m \vec{v}; \quad m = \gamma m_0$$

- ◆ Energija mirovanja: $E_0 = m_0 c^2$

- ◆ Ukupna energija: $E = mc^2 = \gamma m_0 c^2$

- ◆ Kinetička energija: $E_k = E - E_0 = m_0 c^2 (\gamma - 1)$

- ◆ Kada se masa tijela promijeni za Δm , ukupna mu se energija promijeni za $\Delta E = c^2 \Delta m$

- ◆ Veza između ukupne energije i količine gibanja: $E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4$

- ◆ Veza između količine gibanja i kinetičke energije: $p^2 c^2 = E_k^2 + 2m_0 c^2 E_k$

- ◆ Veza između v , p i E : $E \vec{v} = c^2 \vec{p}$

Primjer 1

- ◆ Tijelo duljine 100 m giba se prema promatraču brzinom v . Kolika je brzina gibanja v , ako je kontrakcija duljine tijela 1 mm?

◆ Rezultat: $v = 1,3 \cdot 10^6$ m/s.

Primjer 2

- ◆ Srednje vrijeme života jedne elementarne čestice, mjereno od promatrača koji je u stanju mirovanja u odnosu na tu česticu, iznosi $2,3 \cdot 10^{-6}$ s. Koliko je srednje vrijeme života te čestice mjereno od promatrača prema kojemu se ona giba brzinom od $0,9 c$?

- ◆ Rezultat: $\tau = 5,3 \cdot 10^{-6}$ s

Primjer 3

- ◆ Čovjek napusti Zemlju u svemirskom brodu brzinom od $0,9 c$ i udalji se 4 svjetlosne godine. Koliko će biti mlađi u tom trenutku od svog brata blizanca koji je ostao na Zemlji?

- ◆ Rezultat: $\Delta t - \Delta t' = 2,5$ godine

Primjer 4

- ◆ Odredite energiju mirovanja, ukupnu energiju, brzinu i količinu gibanja elektrona kinetičke energije 4,6 MeV. Masa mirovanja elektrona je $9,1 \cdot 10^{-31}$ kg.

- ◆ Rezultat: $E_0 = 8,19 \cdot 10^{-14}$ J = 0,511 MeV, $E = 5,11$ MeV, $v = 0,995c$, $p = 2,7 \cdot 10^{-21}$ kgms⁻¹.

Primjer 5

- ◆ Kada elektron e^- i pozitron e^+ uzajamno djeluju, umjesto njih nastaju dva jednaka fotona (tzv. anihilacija elektrona i pozitrona). Ako je kinetička energija elektrona i pozitrona u trenutku interakcije zanemariva, kolika je energija svakog od nastalih fotona?

- ◆ Rezultat: $E = 0,511 \text{ MeV}$.

Primjer 6

- ◆ Anihilacijom para elektron - pozitron nastaju dva fotona nejednakih energija čiji vektori količina gibanja zatvaraju pravi kut u vlastitom sustavu elektrona. Ukupna energija pozitrona u vlastitom sustavu elektrona prije anihilacije iznosila je $5m_e c^2$. Izračunajte energije nastalih fotona. Masa elektrona je $0.511 \text{ MeV}/c^2$.

5

- ◆ Rezultat: $E_{f1}=2.418 \text{ MeV}$, $E_{f2}=0.648 \text{ MeV}$.

Primjer 7 (domaći rad)

- ◆ Odredite omjer naboja i mase čestice koja ubrzana iz mirovanja razlikom potencijala od 26.425 MV dosegne brzinu od 0.6 c. Koliko puta bi masa te čestice bila veća od mase elektrona pod pretpostavkom da ima jednak električni naboj kao i elektron?

- ◆ Rezultat: $e/m = 8.503 \cdot 10^8 \text{ A s kg}^{-1}$, $m/m_e = 206.87$

Primjer 8

- ◆ Slobodni neutron u stanju mirovanja raspadne se na elektron kinetičke energije 0.4927 MeV, antineutrino energije 0.29 MeV i proton. Izračunati brzine protona i elektrona, te kut što ga zatvaraju vektori količina gibanja elektrona i antineutrina. Masa neutrona je $939.55 \text{ MeV}/c^2$, masa protona $938.256 \text{ MeV}/c^2$ a masa elektrona $0.511 \text{ MeV}/c^2$.

- ◆ Rezultat: $v_p = 8 \cdot 10^{-4} c$, $v_e = 0.8607 c$, $\alpha = 122^\circ 16'$

Primjer 1 – ponavljanje za kolokvij

- ◆ Na glatkoj, vodoravnoj podlozi leži kugla mase 45 kg, spojena preko opruge konstante $k=500 \text{ N/m}$ sa zidom. Metak mase 10 g i brzine 600 m/s zabija se u kuglu i ostaje u njoj. Koliko će se opruga sabiti?

◆ Rezultat: $\Delta l = 4 \text{ cm}$

Primjer 2 – ponavljanje za kolokvij

- ◆ Preko koloture u obliku diska mase $m=0,3$ kg i polumjera $r=0,1$ m položeno je tanko čelična žica na čijim krajevima vise utezi mase $m_1=0,18$ kg i $m_2=0,22$ kg. Izračunajte akceleraciju utega i napetost niti. Zanimariti masu žice i trenje.

- ◆ Rezultat: $a=0.71 \text{ m s}^{-2}$, $T_1=1,89 \text{ N}$, $T_2=2 \text{ N}$