



Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje

Studij računarstva

Fizika 1

Auditorne vježbe – 10

Statika fluida

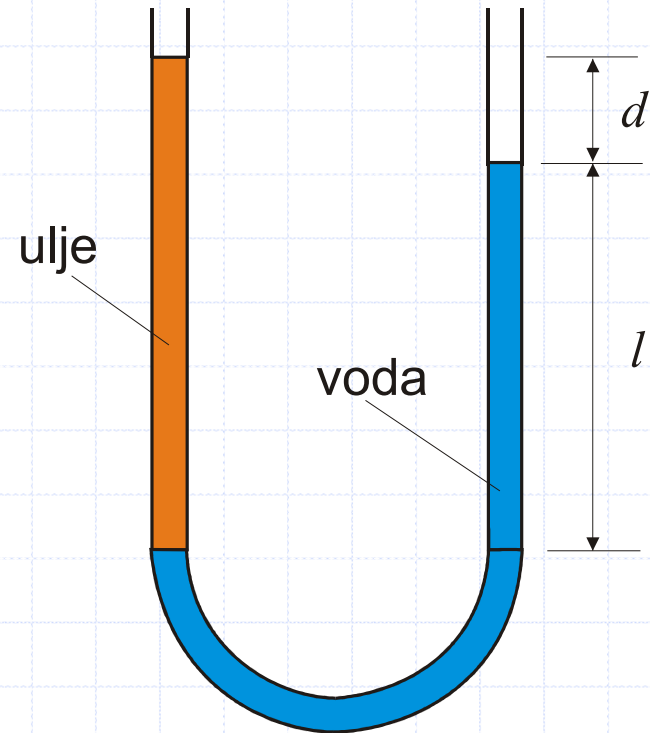
Ivica Sorić
(Ivica.Soric@fesb.hr)

Ponavljjanje

- ◆ **Tlak** je omjer sile i površine na koju ta sila djeluje:
$$p = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta S} = \frac{dF}{dS}$$
- ◆ Jedinica za tlak je **paskal (Pa)**, a iznimno je dopuštena i jedinica bar = 10^5 Pa.
- ◆ **Pascalov zakon**: tlak u fluidu izazvan vanjskom silom (tzv. vanjski ili hidraulički tlak) širi se u fluidu jednako na sve strane.
- ◆ Na dubini h ispod površine tekućine tlak je $p = p_a + \rho gh$ gdje je p_a **atmosferski tlak**, a ρgh **hidrostatski tlak** što ga uzrokuje težina tekućine.
- ◆ **Atmosferski tlak mijenja se s nadmorskom visinom** i opada po **barometarskoj formuli** koja za izotermnu atmosferu glasi,
$$p = p_0 e^{-\frac{\rho_0}{p_0} gh}$$
 gdje su p_0 i ρ_0 tlak i gustoća zraka na visini $h=0$.
- ◆ **Arhimedov princip**: svako tijelo uronjeno u fluid prividno gubi od svoje težine toliko koliko teži istisnuti fluid.
- ◆ **Sila uzgona** na tijelo uronjeno u fluid: $F_u = \rho_f g V$, gdje je ρ_f gustoća fluida, a V volumen istisnutog fluida.

Primjer 1

- ◆ Cijev prikazana na slici sadrži dvije tekućine u stanju statičke ravnoteže: u desnom kraku vodu gustoće $\rho_v = 998 \text{ kg/m}^3$, a u lijevom ulje nepoznate gustoće ρ_x . Mjerenja daju vrijednosti $l = 135 \text{ mm}$ i $d = 12,3 \text{ mm}$. Kolika je gustoća ulja?



- ◆ Rezultat: $\rho_x = 915 \text{ kg/m}^3$.

Primjer 2

- a) Visina stupca žive u barometru je 760 mm. Gustoća žive pri 0° C je 13595 kg/m³. Uzevši da je akceleracija sile teže 9,80665 m s⁻², izračunajte normirani atmosferski tlak u paskalima.
- b) Izračunajte tlak na dubini 10 m u vodi kada je atmosferski tlak 760 mm žive. Gustoća vode je 1000 kg/m³.
- c) Izračunajte omjer sistoličkog krvnog tlaka od 120 mm Hg i normiranog atmosferskog tlaka.

◆ Rezultati: a) $p = 1,01325 \times 10^5$ Pa, b) $p = 199$ kPa, c) 0,16

Primjer 3

- ◆ Na visini od 10 km iznad razine mora, atmosferski tlak iznosi 210 mm Hg. Kolika je rezultantna sila na avionski prozor površine 600 cm², ako vladaju hidrostatski uvjeti i tlak unutar aviona iznosi 760 mm Hg. Gustoća žive je 13 600 kg/m³.

- ◆ Rezultat: $F = 4,4 \text{ kN}$.

Primjer 4

- ◆ Neiskusni ronilac amater razmišlja: "Ako je duljina tipične disaljkice 20 cm i dobro funkcionira, isto tako bi trebala funkcionirati i disaljka duljine 6 m". Ako pokuša upotrebiti tako dugu cijev (na dubini od 6 m) kolika je razlika u vanjskom tlaku na ronioncu i tlaku zraka u njegovim plućima? S kakvom bi se opasnosti susreo pri ovako nepromišljenom potezu?

- ◆ Rezultat: $\Delta p = 5,9 \times 10^4 \text{ Pa}$.
Ni slučajno ne pokušavajte nešto slično ovome!!!

Primjer 5

- ◆ Puna kocka, duljine brida 0,75 cm, pluta u ulju gustoće 800 kg/m^3 , dok joj je jedna trećina volumena izvan ulja.
 - a) Kolika je sila uzgona na kocku?
 - b) Kolika je gustoća materijala od kojeg je napravljena kocka?

◆ Rezultat: a) $F = 2,21 \times 10^{-3} \text{ N}$, b) $\rho = 533 \text{ kg/m}^3$.

Primjer 6

- ◆ Koliki je minimalni volumen drvenog bloka (gustoće 850 kg/m^3) ako iznad vode treba držati dijete od 50 kg koje stoji na njemu?

- ◆ Rezultat: $V = 0,33 \text{ m}^3$.

Primjer 7

- ◆ Predmet od legure bakra i zlata teži u zraku 0,490 N, a uronjen u alkohol 0,460 N. Odredite masu zlata u predmetu. Zanemarite uzgon u zraku. Gustoća alkohola je 790 kg m^{-3} , gustoća bakra 8960 kg m^{-3} , a gustoća zlata 19300 kg m^{-3} .

- ◆ Rezultat: $m_{\text{Au}} = 27.9 \text{ g}$.

Primjer 8

- ◆ Balon u obliku kugle, ispunjen helijem, ima radijus $R = 12 \text{ m}$, a zajedno s kabelima i košarom ima masu $m = 196 \text{ kg}$. Koliki maksimalni teret mase M balon može izdržati dok lebdi na visini na kojoj je gustoća helija $\rho_{\text{He}} = 0,160 \text{ kg/m}^3$, a gustoća zraka $\rho_z = 1,25 \text{ kg/m}^3$. Zanemarite zrak istisnut teretom, kabelima i košarom.

- ◆ Rezultat: $M = 7694 \text{ kg}$.

Primjer 9

- ◆ Okrugli je balon napunjen plinom gustoće 1 kg/m^3 . Površinska gustoća materijala od kojega je balon napravljen je $0,04 \text{ kg/m}^2$. Koliki najmanji polumjer mora imati balon da bi lebdio u zraku? Za gustoću zraka valja uzeti $1,3 \text{ kg/m}^3$.

- ◆ Rezultat: $r = 0,4 \text{ m}$.

Primjer 10

- ◆ Mali drveni blok, gustoće 400 kg/m^3 , potopljen je u vodi na dubini od 2,9 m. Izračunajte:
 - a) akceleraciju bloka prema površini, kada se blok pusti,
 - b) vrijeme potrebno da blok dođe na površinu?

◆ Rezultat: a) $a = 14,7 \text{ m/s}^2$, b) $t = 0,63 \text{ s}$.

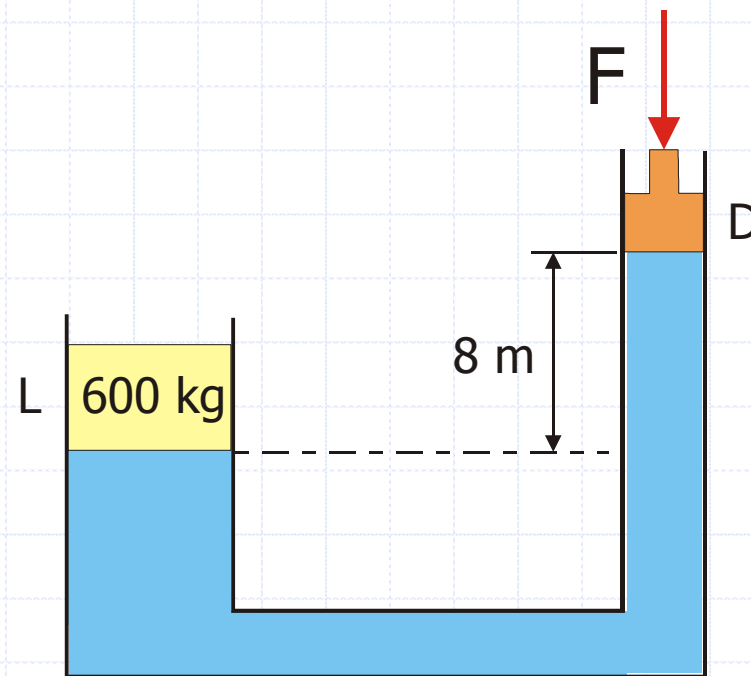
Primjer 11

- ◆ U posudi se nalaze dvije tekućine koje se ne miješaju. Njihove su gustoće $\rho_1 = 1,1 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$, $\rho_2 = 1,3 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$, a debljine njihovih slojeva $d_1 = 2 \text{ cm}$ i $d_2 = 8 \text{ cm}$. S površine tekućine u posudu se ispusti maleno tijelo koje pada bez trenja, a u trenutku kada dođe do dna, njegova je brzina jednaka nuli. Koliko je gustoća materijala iz kojega je napravljeno tijelo?

- ◆ Rezultat: $\rho_1 = 1,26 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$

Primjer 12

- U sustavu prikazanom na slici cilindar s lijeve strane (u točki L) ima masu 600 kg i površinu 800 cm², dok klip s desne strane (u točki D) ima površinu 25 cm² i zanemarivu težinu. Ako je sustav napunjen uljem gustoće 0,78 g/cm³, kolika je sila F potrebna da bi sustav bio u ravnoteži, kao što je prikazano na slici.



- Rezultat: $F = 31 \text{ N}$.



Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje

Studij računarstva

Fizika 1

Auditorne vježbe – 11

Dinamika fluida.

Ivica Sorić
(Ivica.Soric@fesb.hr)

Ponavljanje

- ◆ Za stacionarno strujanje idealnog nestlačivog fluida zakoni očuvanja mase i energije izražavaju se u obliku jednačbe kontinuiteta $q = Sv = konst.$ i Bernoullijeve jednačbe

$$p + \rho gh + \rho v^2 / 2 = konst.$$

gdje je q protok, ρ gustoća fluida, S presjek cijevi, v brzina i p tlak fluida u promatranoj točki, a h visina te točke s obzirom na referentnu razinu.

- ◆ Sile unutrašnjeg trenja između dva susjedna sloja fluida dodirne površine S i koji su udaljeni za dz jest $F_{tr} = \eta S dv/dz$ gdje je η dinamički koeficijent viskoznosti.

- ◆ Strujanje fluida je laminarno ako je Reynoldsov broj $Re = \rho vl / \eta$ manji od kritičnog (l je karakteristična dimenzija tijela kroz koje fluid struji).

- ◆ Kad se kugla polumjer R giba kroz viskozni fluid brzinom v tako da je strujanje fluida oko nje laminarno, sila trenja dana je

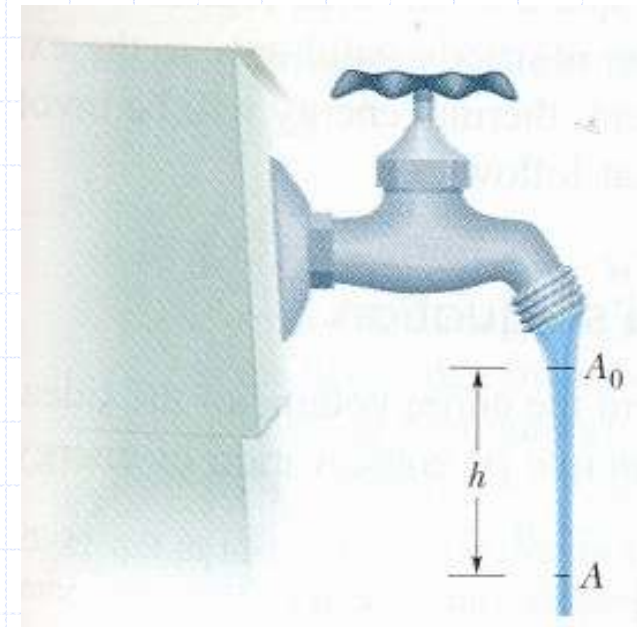
Stokesovim zakonom: $F_{tr} = 6\pi\eta Rv$

- ◆ Kad je strujanje turbulentno, otpor sredstva je proporcionalan kvadratu brzine gdje je c aerodinamički faktor (otporni broj), S čelna površina tijela izložena struji fluida, ρ gustoća i v brzina fluida

$$F_{ot} = cS\rho v^2 / 2$$

Primjer 1

- Na slici je prikazan mlaz vode koji teče iz slavine. Prikazani poprečni presjeci mlaza, koji se sužava kako voda pada, iznose $A_0 = 1,2 \text{ cm}^2$ i $A = 0,35 \text{ cm}^2$ i udaljeni su za $h = 45 \text{ mm}$. Koliki je volumni protok vode iz slavine?



- Rezultat: $q_v = 34,4 \text{ cm}^3/\text{s}$.

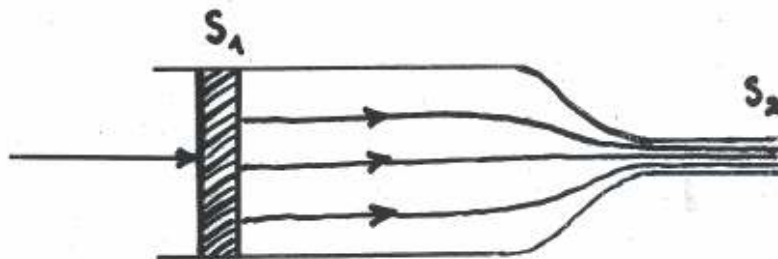
Primjer 2

- ◆ U velikoj posudi s uspravnim stranama ima vode do visine $H=1$ m. Na visini $h=0,2$ m ispod površine vode napravljen je mali otvor na jednom od zidova posude. Na kojoj udaljenosti od podnožja posude pada mlaz vode na pod?

- ◆ Rezultat: $D = 0,8$ m.

Primjer 3

- ◆ Promjer šireg dijela valjkaste štrcaljke za injekcije je 2 cm, a užega 1 mm. Ako na klip štrcaljke djelujemo stalnom silom $F=10$ N, kolika je brzina kojom voda štrca? Za koje će vrijeme sva voda biti istisnuta iz horizontalno položene štrcaljke? Hod klipa je $d=6,5$ cm. Zanemarite trenje klipa u cilindru i unutrašnje trenje u tekućini.



- ◆ Rezultat: $v_2 = 8$ m/s, $t = 3,3$ s.

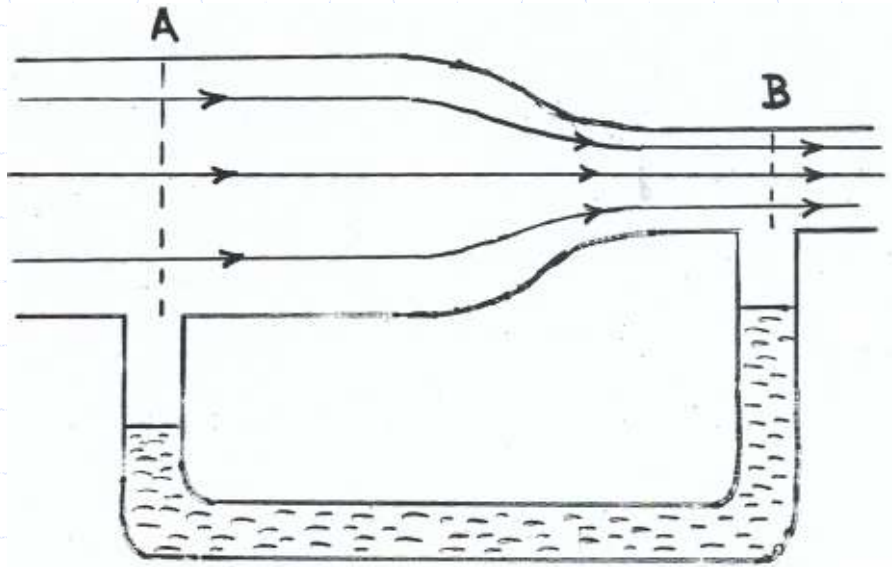
Primjer 4

- ◆ Iz pumpe u prizemlju zgrade voda ulazi u cijev promjera 2,4 cm pod tlakom 400 kPa, brzinom 1 m/s. Koliki je volumni protok vode? Kolika je brzina i tlak u potkrovlju zgrade na visini 30 m, ako je tamo promjer cijevi dva puta manji negu u prizemlju?

- ◆ Rezultat: $q_v = 4,52 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$, $v_2 = 4 \text{ m/s}$, $p_2 = 104,2 \text{ kPa}$.

Primjer 5

- ◆ Venturijevom cijevi prolazi plin gustoće $1,4 \text{ kg m}^{-3}$. Promjer šireg dijela cijevi je $0,05 \text{ m}$, a promjer užeg dijela cijevi je $0,02 \text{ m}$. Razlika tlakova u presjecima cijevi A i B iznosi 10 mm Hg . Kolika masa plina prođe kroz cijev u 1 sekundi?



- ◆ Rezultat: $M = 1,94 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$ (maseni protok $q = 1,94 \cdot 10^{-2} \text{ kg/s}$)

Primjer 6

- ◆ U posudi poprečnog presjeka 300 cm^2 nalazi se 12 litara vode. Voda istječe kroz vodoravnu cijev iz otvora pri dnu posude. Ta je cijev na početku presjeka 3 cm^2 , a zatim se sužava u cijev presjeka $1,5 \text{ cm}^2$. Koliki je tlak, odnosno kolika je visina stupca vode u manometru u širem dijelu vodoravne cijevi? Pretpostavite da je voda idealan fluid. (Visinu cijevi možemo zanemariti u odnosu na visinu vode u posudi.)

- ◆ Rezultat: $h_1 = 0,3 \text{ m}$.

Zadaci za vježbu

- ◆ P. Kulišić i ostali: *Riješeni zadaci iz mehanike i topline*, Poglavlje 10
 - Primjeri: 10.6., 10.9., 10.11.
 - Zadaci: 10.8., 10.9.