

Školska godina 2007./2008.



Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje
Studij računarstva

Fizika 1

Predavanje 11
Dinamika fluida.

17. siječanj 2008.
Dr. sc. Ivica Puljak
(Ivica.Puljak@fesb.hr)

Danas ćemo raditi:

(P. Kulišić: "Mehanika i toplina", poglavlje 11)

- ◆ Strujanje idealnog fluida
- ◆ Jednadžba kontinuiteta
- ◆ Bernoullijeva jednadžba
- ◆ Primjene Bernoullijeve jednadžbe
- ◆ Viskoznost
- ◆ Laminarno i turbulentno strujanje. Reynoldsov broj
- ◆ Protjecanje realnog fluida kroz cijev
- ◆ Otpor sredstava
- ◆ Magnusov efekt

17. siječnja 2008. Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 11 2

Fizika nogometa

4. lipnja 1997. na turniru u Lyonu Roberto Carlos iz Brazila je postigao pogodak protiv Francuske iz slobodnog udarca. Lopta je bila namještena na udaljenosti od oko 30 m od protivničkog gola, nekoliko metara s desne strane. Carlos je udario loptu lijevom nogom toliko udesno da je na početku leta prošla oko 1 m daleko od živog zida u pravcu dječaka (sakupljača lopti), kao da će ga pogoditi točno u glavu. Ali tada je lopta skrenula ulijevo i ušla u gornji-desni kut gola, na čuđenje golmana i prisutne publike. Roberto Carlos je uputio puno ovakvih udaraca, na treninzima i na utakmicama, znajući intuitivno kojom brzinom treba udariti loptu i kako je zarotirati. Ali vjerojatno ne zna kako fizikalno objasniti ove pojave.



Koje je fizikalno objašnjenje leta lopte nakon udarca Roberta Carlosa?

Odgovor ćete saznati na današnjem predavanju.

Adaptirano prema: *PhysicsWeb – The physics of football*
<http://www.physicsweb.org/article/world/11/6/8>

17. siječnja 2008.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 11

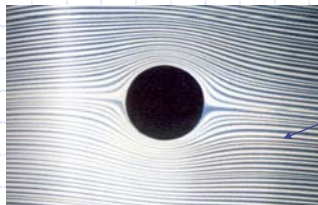
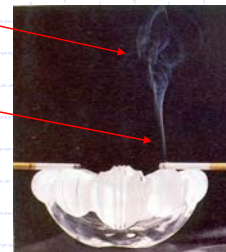
3

Idealni fluid

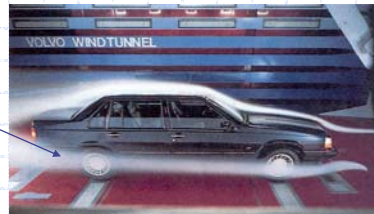
1. **Stacionarno strujanje**
Brzina i tlak funkcije položaja, a ne i vremena.
2. **Fluid je nestlačiv**
tj. gustoća konstantna. Vrijedi za tekućine; za plinove vrijedi pri $v < 100$ m/s.
3. **Nema unutarnjeg (viskoznog) trenja**
Fluid ne pruža otpor pri gibanju tijela
4. **Tijela pri prolazu kroz fluid ne rotiraju**

Nestacionarno strujanje

Stacionarno strujanje



Strujnice



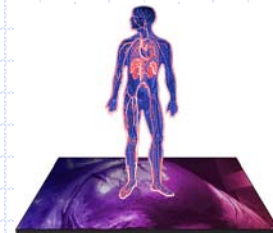
17. siječnja 2008.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 11

4

Primjer 1 – Jednadžba kontinuiteta

- ◆ Interaktivni primjer
http://college.wiley.com/Halliday320005/int_ills/s_int_ills.html
($r_1 < r_2, y_1 = y_2$)
- ◆ Poprečni presjek aorte S_0 (glavna žila kojom krv izlazi iz srca) u normalne osobe koja miruje iznosi 3 cm^2 , dok je brzina protjecanja krvi $v_0 = 30 \text{ cm/s}$. Tipična kapilara (promjer $\approx 6 \mu\text{m}$) ima poprečni presjek $S = 3 \times 10^{-7} \text{ cm}^2$ i brzinu protjecanja $v = 0,05 \text{ cm/s}$. Koliko kapilara ima takva osoba?



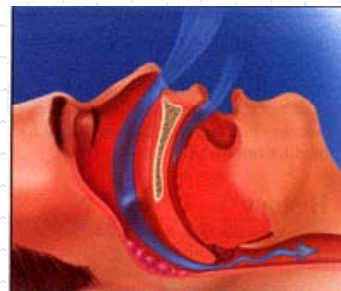
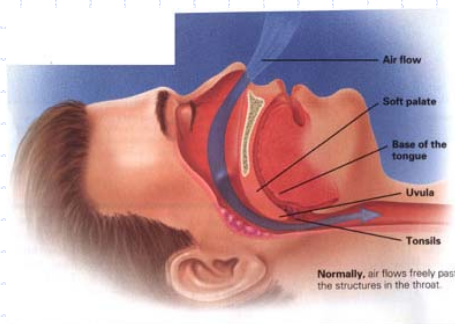
- ◆ Rezultat: $n = 6 \times 10^9$ ili 6 milijardi.

17. siječnja 2008.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 11

5

Primjer 2 – Jednadžba kontinuiteta



- ◆ "Snoring is caused when there is narrowing of the normal airway. Air flows faster through a narrowed passage similar to how water sprays faster and farther when you put your finger on the tip of a garden hose.
- ◆ This faster flow of air causes high frequency vibrations of the soft tissue of the airway resulting in the characteristic sounds of snoring.
- ◆ Different patterns and sounds of snoring can occur if the obstruction is located in the nose or in the back of the throat."
- ◆ Preneseno s: www.drsinha.com

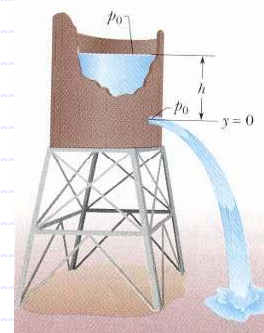
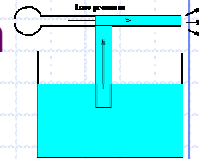
17. siječnja 2008.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 11

6

Primjer 2 - Bernoullijeva jednadžba

- ◆ Interaktivni primjer
http://college.wiley.com/Halliday320005/int_ills/s_int_ills.html
- ◆ Na Divljem zapadu desperados je metkom pogodio otvoreni rezervoar s vodom (prikazan na slici) i napravio rupu na udaljenosti h ispod površine vode. Kolika je brzina istjecanja vode iz rupe?



◆ Rezultat: $v = \sqrt{2gh}$

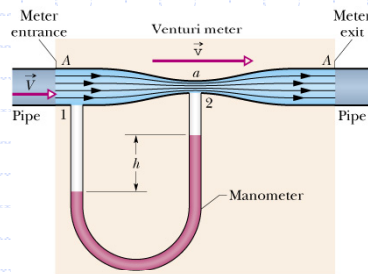
17. siječnja 2008.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 11

7

Venturijeva cijev

- ◆ Venturijeva cijev služi za mjerenje brzine strujanja fluida.



$$v = \sqrt{\frac{2a^2 \Delta p}{\rho(A^2 - a^2)}}$$

17. siječnja 2008.

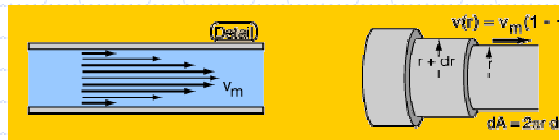
Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 11

8

Strujanje realnog fluida

Postoje dvije vrste strujanja realnog fluida:

- laminarno (slojevito)** pri malim brzinama $v < v_k$ – svaki sloj fluida ima svoju brzinu, brzine susjednih slojeva se razlikuju, slojevi se na makroskopskoj skali ne miješaju



- turbulentno (vrtložno)** za $v > v_k$, strujanje iz laminarnog prelazi u turbulentno, dolazi do miješanja slojeva fluida, pojavljuju se lokalna nepravilna strujanja po zatvorenim strujnicama koje zovemo vrtlozima, pojava vrtloga je nasumična

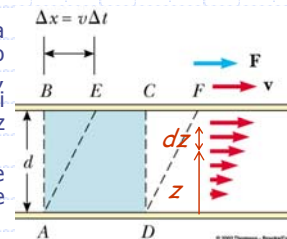
17. siječnja 2008.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 11

9

Sila otpora sredstva-Viskoznost

- Pri strujanju fluida pojavljuje se između čestica i slojeva fluida unutrašnje trenje ili viskoznost. Viskoznost se očituje samo kad se fluid giba. Susjedni slojevi fluida imaju različite brzine, molekule susjednih slojeva se međusobno privlače nastojeći spriječiti međusobno gibanje slojeva, prijelazi molekula iz jednog sloja u drugi također doprinose trenju.
- Gornja ploča se povlači, donja ploča miruje, što uzrokuje laminarno (slojevito) gibanje fluida (slojevi fluida se ne miješaju)
- Zbog različitih brzina susjednih slojeva fluida javlja se trenje na dodirnoj površini dvaju slojeva (slojevi se taru jedan od drugi), sila viskognog trenja proporcionalna je:
 - dodirnoj površini slojeva fluida S ;
 - promjeni brzine od sloja do sloja (gradijentu brzine dv/dz);
 - sila trenja ovisi o vrsti fluida i temperaturi, s porastom temperature koeficijent viskoznosti (η) se smanjuje za tekućine, a za plinove viskoznost raste s temperaturom



Viskoznost motornih ulja se označava po posebnoj skali (SAE), SAE 10, SAE 30, ..., što je broj oznake veći to je veća viskoznost

$$F = \eta S \frac{dv}{dz} \quad [\eta] = \frac{\text{kg}}{\text{ms}} = \text{Pa s}$$

η - koeficijent dinamičke viskoznosti

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad [\nu] = \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

koeficijent kinematičke viskoznosti

1 poise ("poaz") = 0,1 Pa s
jedinica za viskoznost - u čast Poiseuille

17. siječnja 2008.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 11

10

Otpor sredstva

- Stacionarna brzina:

$$F_{ot} - F_g = 0 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2F_g}{C\rho S}}$$

- Primjeri: skijaš i slobodni skakač:



Aerodinamički faktori

Profil	C_{ot}
Avionsko krilo	0,05
Automobil	0,35
Kugla	0,35
Polukugla (otvorena prema struji zraka)	1,3
Polukugla (zatvorena prema struji zraka)	0,4
Padobran	1,35

Stacionarne brzine

Objekt	$v \text{ (m/s)}$
Slobodni skakač	60
Loptica za baseball	42
Teniska loptica	31
Košarkaška lopta	20
Loptica za stolni tenis	9
Kap kiše (polumjer=1,5 mm)	7
Padobranac	5

17. siječnja 2008.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 11

11

Primjer 3 – Otpor sredstva

- Ako mačka koja pada s određene visine dostigne prvu stacionarnu brzinu od 97 km/h dok je savijena, kolika joj je stacionarna brzina kada se raširi i pri tom dva puta poveća efektivnu površinu otpora zraku?

- Rezultat: $v = 69 \text{ km/h.}$

17. siječnja 2008.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 11

12

Sila otpora sredstva, Reynoldsov broj

- Oko 1880 Reynolds proučavao prijelaz laminarnog u turbulentno strujanje u cijevi.
- Reynolds je otkrio da se stanje strujanje realnog fluida može odrediti pomoću vrijednosti jednog bezdimenzionalnog parametra koji se dobije omjerom Newtonove sile otpora i sile otpora zbog viskoznosti fluida

$$\frac{CS\rho v^2/2}{6\pi\eta rv} \rightarrow Re = \frac{\rho vl}{\eta} - \text{Reynoldsov broj}$$

ρ - gustoca fluida
 v - brzina strujanja fluida
 l - karakteristina duljina (za cijev kruznog presjeka $l = 2r$)
 η - dinamička viskoznost

- Kad je Reynoldsov broj manji ($Re < Re_k$) od neke vrijednosti koja ovisi o vrsti fluida i obliku tijela strujanje je laminarno i sila otpora je uglavnom zbog unutarnjeg trenja tj. viskoznosti fluida te se koristi Stokesov izraz za silu otpora.
- Kad je Reynoldsov broj veći od kritične vrijednosti strujanje je turbulentno i glavni doprinos sili otpora pri gibanju tijela kroz fluid je sudaranje tijela s česticama fluida te se koristi Newtonov izraz za silu otpora.
- Iskustvo pokazuje da je za strujanje kroz cijev $Re_k \sim 2300$, za strujanje preko ravne ploče $Re_k \sim 40\,000$, za strujanje oko aviona $Re_k \sim 5\,000\,000$
- Kritična vrijednost Reynoldsovog broja se određuje eksperimentalno u aerodinamičnim tunelima na modelima koji se umanjena, ali vjerna kopija izvornog oblika tijela (automobila, broda, aviona) ili se čak grade veliki aerodinamički tuneli u kojima zrak struja oko auta, aviona, itd...

17. siječnja 2008.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 11

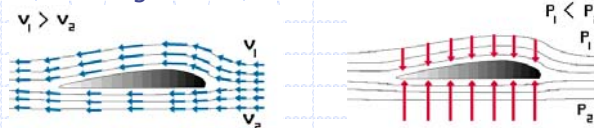
13

Sile na avion

- Interaktivni primjer
http://www.explorescience.com/activities/activity_list.cfm?categoryID=10
- Sile na avion



- Aerodinamički uzgon



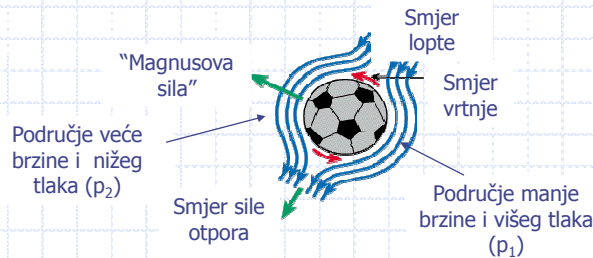
17. siječnja 2008.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 11

14

Magnusov efekt

Objašnjenje udarca Roberta Carlosa :



S obzirom da je sile otpora zraka i "Magnusova sila" složene funkcije atmosferskih uvjeta, načina strujanja zraka, brzine vrtnje i linearne brzine lopte objašnjenje leta lopte ja malo kompliciranije i vjerojatno izgleda ovako:

"Carlos je udario loptu vanjskim dijelom lijeve noge zavrivši je u smjeru suprotnom od kazaljke na satu (vjerojatno oko 10 okretaja u sekundi), ako gledamo u smjeru gibanja lopte. Vrijeme je bilo suho, a lopta je imala brzinu oko 100 km/h. Zrak je oko lopte strujao turbulentno pružajući tako relativno mali otpor. Nakon otprilike 10 m, negdje oko položaja živog zida, brzina lopte je pala toliko da je strujanje zraka postalo laminarno, što je značajno povećalo otpor zraka, smanjujući dodatno brzinu lopte. Tada je Magnusov efekt postao dovoljno jak da iskrivi let lopte prema голу. Pretpostavljajući da je brzina vrtnje ostala nepromijenjena, koeficijent otpora zraka je dodatno porastao, što je onda povećalo Magnusov efekt i uzrokovalo daljnje savijanje putanje. Konačno, kako se lopta usporavala, savijanje se još povećalo sve dok nije ušla u mrežu na oduševljenje svih fizičara u publici".

Preneseno s: *PhysicsWeb - The physics of football*
<http://www.physicsweb.org/article/world/11/6/8>

17. siječnja 2008.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 11

15

Sažetak (1)

- Gibanje tekućine ili plina nazivamo **strujanje**.
- Idealan fluid**: nestlačiv, struji stacionarno, nema unutrašnjeg trenja, tijela pri prolazu kroz njega ne rotiraju.
- Strujnica**: zamišljena linija u fluidu čija tangenta u svakoj točki pokazuje smjer brzine. Gustoća strujnica proporc. je iznosu brzine.
- Strujna cijev**: dio fluida omeđen strujnicama.
- Stacionarno strujanje**: slika strujanja u prostoru ne mijenja se u vremenu; brzina i tlak funkciju su samo položaja, a ne i vremena; strujnice ne ulaze niti izlaze iz strujne cijevi.
- Volumni protok**: omjer volumena tvari koja protekne za vrijeme Δt i tog vremena, $q_v = \Delta V / \Delta t = Sv$
- Jednadžba kontinuiteta**, tj. zakon o neuništivosti tvari: $Sv = konst.$
- Bernoullijeva jednadžba** za stacionarno strujanje nestlačivog idealnog fluida: $p + \rho gh + \rho v^2 / 2 = konst.$
tj. u svakoj točki neke strujnice zbroj statičkog tlaka p , tlaka ρgh uzrokovanog visinskom razlikom pojedinih dijelova fluida, i dinamičkog tlaka $\rho v^2 / 2$ uvijek je konstantan.

17. siječnja 2008.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 11

16

Sažetak (2)

- ◆ Pri gibanju tijela kroz fluid pojavljuje se **sila unutrašnjeg trenja** (viskoznost), koja djeluje suprotno gibanju.
- ◆ Pri **laminarnom** (slojevitom) strujanju slojevi fluida se ne miješaju.
- ◆ Sila unutrašnjeg trenja između dva susjedna sloja fluida, čija je površina S i koju su međusobno udaljeni za dz , jest: $F_{tr} = \eta S dv/dz$ gdje je η **koeficijent dinamičke viskoznosti**.
- ◆ Ako brzina fluida postane veća od neke kritične brzine, strujanje iz laminarnog prelazi u **turbulentno**.
- ◆ **Reynoldsov broj**: parametar pomoću kojeg se može odrediti struji li fluid laminarno ili turbulentno, $Re = \rho v l / \eta$ gdje je l karakteristična dužina cijevi kroz koju fluid struji.
- ◆ Protjecanje fluida je laminarno ako je Reynoldsov broj manji od kritičnog, dok je za $Re > Re_k$ protjecanje turbulentno.

17. siječnja 2008.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 11

17

Sažetak (3)

- ◆ Kada realni fluid struji kroz usku cijev, najveća je brzina u sredini cijevi, dok se prema krajevima brzina smanjuje.
- ◆ Kada realni fluid struji uz neku zapreku (ili se neko tijelo giba u fluidu), tada se uz zapreku stvara tzv. **granični sloj** fluida, čija je brzina manja od brzine fluida dalje od zapreke.
- ◆ Kada se tijelo giba kroz realni fluid, pojavljuje se **otpor sredstva**, koji ovisi o veličini (obliku) tijela, vrsti fluida i o brzini gibanja tijela.
- ◆ **Stokesov zakon**: pri malim brzinama sila trenja na kuglicu r koja se giba kroz viskozni fluid konstantnom brzinom v iznosi $F_{tr} = 6\pi\eta r v$
- ◆ Pri većim brzinama (odnosno Reynoldsov broj veći od kritičnog) sila otpora sredstva iznosi: $F_{ot} = c_{ot} \rho v^2 S / 2$ gdje je c_{ot} otporni broj (aerodinamički faktor), S čelna površina tijela izložena struji fluida, ρ gustoća, a v brzina fluida.
- ◆ **Aerodinamički uzgon** na krilo aviona nastaje zbog razlike tlakova ispod i iznad krila.
- ◆ **Magnusov efekt**: na tijelo koje rotira u struji fluida djeluje sila okomito na smjer strujanja.

17. siječnja 2008.

Računarstvo, Fizika 1, Predavanje 11

18

Pitanja za provjeru znanja

1. **Napišite i ukratko objasnite: a) jednadžbu kontinuiteta i b) Bernoullijevu jednadžbu. (obavezno)**
2. Što je idealni, a što realni fluid? Što je strujnica? Prikažite pomoću strujnica strujanje idealnog fluida kroz cijev, oko kružnog valjka i oko ravne ploče.
3. Kako se definira protok fluida? Izvedite jednadžbu kontinuiteta. U kojim uvjetima ona vrijedi?
4. Izvedite Bernoullijevu jednadžbu. Pomoću Bernoullijeve jednadžbe izračunajte brzinu istjecanja tekućine kroz mali otvor (Torricellijev zakon).
5. Izvedite Bernoullijevu jednadžbu. Pomoću Bernoullijeve jednadžbe objasnite Venturijevu cijev.
6. Što je unutrašnje trenje (viskoznost)? O čemu ovisi sila viskoznog trenja? Definirajte koeficijent viskoznosti. Koja je razlika između kinetičke i dinamičke viskoznosti? U kojim jedinicama se izražavaju?
7. Što je laminarno, a što turbulentno strujanje? Kada jedno prelazi u drugo? Kako se definira Reynoldsov broj? Koje je njegovo značenje?
8. O čemu ovisi otpor sredstva pri gibanju tijela malim brzinama kroz fluid? Objasnite Stokesov zakon. O čemu ovisi otpor sredstva pri gibanju tijela velikim brzinama kroz fluid? Što je aerodinamički faktor? Objasnite pojam stacionarne brzine.
9. a) Objasnite sile koje djeluju na avion. b) Objasnite Magnusov efekt.