



Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje

Studij računarstva

Fizika 2

Auditorne vježbe – 1

Jednostavno harmoničko titranje.

4. ožujka 2009.

Ivica Sorić

(Ivica.Soric@fesb.hr)

Ponavljjanje

- ◆ Materijalna točka mase m jednostavno titra oko položaja ravnoteže pod utjecajem elastične ili harmonijske sile.
- ◆ Ta sila vraća tijelo u položaj ravnoteže i ima oblik $\vec{F} = -k\vec{x}$ gdje je k konstanta elastičnosti (npr. opruge), a s elongacija, tj. udaljenost tijela od položaja ravnoteže.
- ◆ Jednadžba gibanja harmoničkog oscilatora ima oblik $m \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} + k\vec{x} = 0$
- ◆ Opće rješenje glasi: $\vec{x} = \vec{A} \cos(\omega t + \varphi_0)$ gdje je A amplituda, φ_0 početna faza, a ω kružna frekvencija.
- ◆ Frekvencija titranja jednaka je recipročnoj vrijednosti titrajnog vremena (perioda titranja), a vrijede i sljedeće relacije:

$$f = \frac{1}{T} \quad \omega = 2\pi f \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Primjer 1

- ◆ Blok mase $m = 680 \text{ g}$ pričvršćen je za oprugu konstante elastičnosti $k = 65 \text{ N/m}$. Ako se blok se izvuče na udaljenost $x = 11 \text{ cm}$, s obzirom na ravnotežni položaj $x = 0 \text{ cm}$ i pusti iz stanja mirovanja u trenutku $t = 0 \text{ s}$ nađite:
 - a) Kolika je kružna frekvencija, frekvencija i period titranja?
 - b) Kolika je amplituda titranja?
 - c) Kolika je početna faza titranja?
 - d) Kolika je maksimalna brzina titranja i na kojoj udaljenosti od položaja ravnoteže se nalazi blok u trenutku maksimalne brzine?
 - e) Kolika je maksimalna akceleracija titranja?
 - f) Napišite vremenske funkcije elongacije $x(t)$, brzine $v(t)$ i akceleracije $a(t)$.

- ◆ **Rezultat:** a) $\omega = 9,78 \text{ rad/s}$, $f = 1,56 \text{ Hz}$, $T = 0,64 \text{ s}$, b) $A = 11 \text{ cm}$, c) $\varphi_0 = 0 \text{ rad}$, d) $v_m = 1,08 \text{ m/s}$, e) $a_m = 10,5 \text{ m/s}^2$, f) $x(t) = 0,11\cos(9,78t)$, $v(t) = -1,08\sin(9,78t)$, $a(t) = -10,5\cos(9,78t)$

Primjer 2

- ◆ U trenutku $t = 0$ s, elongacija bloka mase m pričvršćenog na oprugu konstante k , iznosi $x(0) = -8,5$ cm. U istom trenutku brzina iznosi $v(0) = -0,920$ m/s, a akceleracija $a(0) = 47$ m/s².
 - a) Kolika je kružna frekvencija sistema?
 - b) Kolika je početna faza, a kolika amplituda titranja?

◆ Rezultat: a) $\omega = 23,5$ rad/s, b) $\varphi_0 = 155^\circ$, $A = 9,4$ cm.

Primjer 3

- ◆ Ako uteg mase 5 kg objesimo na oprugu, ona se produži za 49 cm.
 - a) Kolika je konstantna opruge?
 - b) Uteg izvučemo iz ravnotežnog položaja za 10 cm i pustimo da titra. Koliki je period, kružna frekvencija i frekvencija sistema?
 - c) Gdje se nalazi uteg i kolika mu je brzina i akceleracija 0,35 s nakon početka titranja? Kolikom silom opruga djeluje na uteg u tom trenutku? Nacrtajte vremensku ovisnost elongacije, brzine i akceleracije utega za $0 \leq t \leq 2T$.

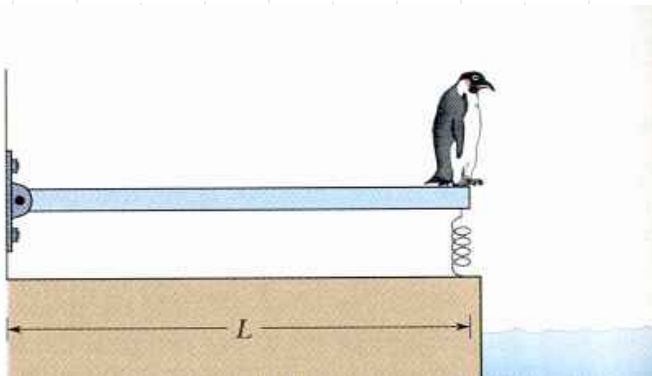
- ◆ Rezultat: a) $k = 100 \text{ N/m}$, b) $T = 1,4 \text{ s}$, $f = 0,71 \text{ s}^{-1}$, $\omega = 4,5 \text{ s}$, c) $x = 0 \text{ m}$, $v = -0,45 \text{ m/s}$, $a = 0 \text{ m/s}^2$, $F = 0 \text{ N}$.

Primjer 4

- ◆ Uteg mase $0,1 \text{ kg}$ visi na opruzi konstante $k = 1,6 \text{ N/m}$ (i zanemarive mase). Ako uteg izvučete 10 cm izvan položaja ravnoteže i pustite da titra (bez početne brzine), odredite:
- a) jednadžbu gibanja utega,
 - b) period i frekvenciju titranja,
 - c) elongaciju utega kao funkciju vremena,
 - d) položaj, brzinu i akceleraciju utega u $t = 1 \text{ s}$ nakon početka titranja;
 - e) riješite isti zadatak, ali uz drugačije početne uvjete, tj. neka je $t = 0 \text{ s}$, $x = 0 \text{ m}$ i $v = 0,4 \text{ m/s}$ te za $t = 0 \text{ s}$, $x = 0,1 \text{ m}$ i $v = 0,2 \text{ m/s}$.

Primjer 5

- Na slici je prikazan pingvin kako se sprema skočiti s daske učvršćene na lijevom kraju i privezane za oprugu na desnom kraju. Duljina daske je $L = 2 \text{ m}$, masa daske je $m = 12 \text{ kg}$, a konstanta opruge $k = 1300 \text{ N/m}$. Kada pingvin skoči, daska nastavi titrati malom amplitudom. Pretpostavljajući da je daska dovoljno kruta da se ne savija, izračunajte period titranja.



- Rezultat: $T = 0,35 \text{ s}$.

Primjer 6

- ◆ Na oprugu konstante elastičnosti k obješena je zdjelica s utegom. Period titranja koje nastane kad se zdjelica pomakne iz ravnotežnog položaja u vertikalnom smjeru i pusti iznosi $T_1=0.5$ s. Ako se u zdjelicu doda još jedan uteg, period se promijeni i iznosi $T_2=0.6$ s. Za koliko se izdužila opruga kad je dodan drugi uteg?

- ◆ Rezultat: $\Delta y=0.027\text{m}$

Zadaci za vježbu – 1

◆ V. Henč-Bartolić i dr.: *Riješeni zadaci iz valova i optike*, Poglavlje 1, i sljedeći zadaci:

1. Tijelo mase $m = 2 \text{ kg}$ titra jednostavno harmonijski oko ravnotežnog položaja. U početnom trenutku pomak tijela je $0,04 \text{ m}$, a brzina tijela je jednaka nuli. Period titranja iznosi $T = 3 \text{ s}$. Odredite:
 - a) kružnu frekvenciju, amplitudu, maksimalnu brzinu i maksimalnu akceleraciju, te brzinu i akceleraciju tijela u trenutku $t = 4 \text{ s}$,
 - b) najkraće vrijeme nakon kojeg se tijelo nađe u položaju $x = 2 \text{ cm}$,
 - c) silu koja djeluje na tijelo u trenutku $t = 2 \text{ s}$.

Rezultati: a) $\omega = 2,09 \text{ s}^{-1}$, $A = 0,04 \text{ m}$, $v_{\max} = 0,0837 \text{ m/s}$, $a_{\max} = 0,175 \text{ ms}^{-2}$, $v(4 \text{ s}) = -0,0725 \text{ m/s}$, $a(4 \text{ s}) = 0,0876 \text{ ms}^{-2}$, b) $t = 0,5 \text{ s}$, c) $F = 0,175 \text{ N}$

2. Tijelo mase $0,5 \text{ kg}$ izvodi jednostavno harmoničko titranje s frekvencijom 2 Hz i amplitudom 8 mm . Nađite maksimalnu brzinu i maksimalnu akceleraciju tijela, te maksimalnu silu kojoj je tijelo podvrgnuto.

Rezultati: $v_{\max} = 0,101 \text{ m/s}$, $a_{\max} = 1,264 \text{ m/s}^2$, $F_{\max} = 0,632 \text{ N}$

3. Tijelo mase $m = 0,5 \text{ kg}$ obješeno o oprugu konstante elastičnosti $k = 177 \text{ N/M}$ titra jednostavno harmonijski s amplitudom $A = 5 \text{ cm}$. Izračunajte:
 - a) akceleraciju tijela kada se ono nalazi na udaljenosti $x = 2 \text{ cm}$ od ravnotežnog položaja,
 - b) vrijeme koje treba tijelu da iz ravnotežnog položaja dođe u položaj $x = 2 \text{ cm}$.

Rezultat: a) $a = -7,1 \text{ ms}^{-2}$, b) $t = 0,022 \text{ s}$

Zadaci za vježbu – 2

4. Uteg mase 0,2 kg, obješen o oprugu zanemarive mase, harmonički titra frekvencijom $f=2$ Hz. Titranje se izvodi na razmaku od 0,2 m do 0,25 m od objesišta. Odredite konstantu elastičnosti opruge i duljinu neopterećene opruge.

Rezultati: $k = 31,55 \text{ N/m}$, $l_0 = 16,3 \text{ cm}$

5. Malo tijelo harmonijski titra prema zakonu $x = 0,1\sin(2\pi t)$ (m). Nađite amplitudu titranja A te vrijeme:
- a) t_1 , kroz koje se položaj tijela promijeni od 0 do $A/2$,
b) t_2 , kroz koje se položaj tijela promijeni od $A/2$ do A.

Rezultati: $A = 0,1 \text{ m}$, a) $t_1 = 0,0833 \text{ s}$, b) $t_2 = 0,167 \text{ s}$