

Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje

Razlikovni studiji (910/920/930/940/950)

Fizika 2

Predavanje 10

Kvantna priroda svjetlosti

Dr. sc. Damir Lelas

(Damir.Lelas@fesb.hr,

damir.lelas@cern.ch)

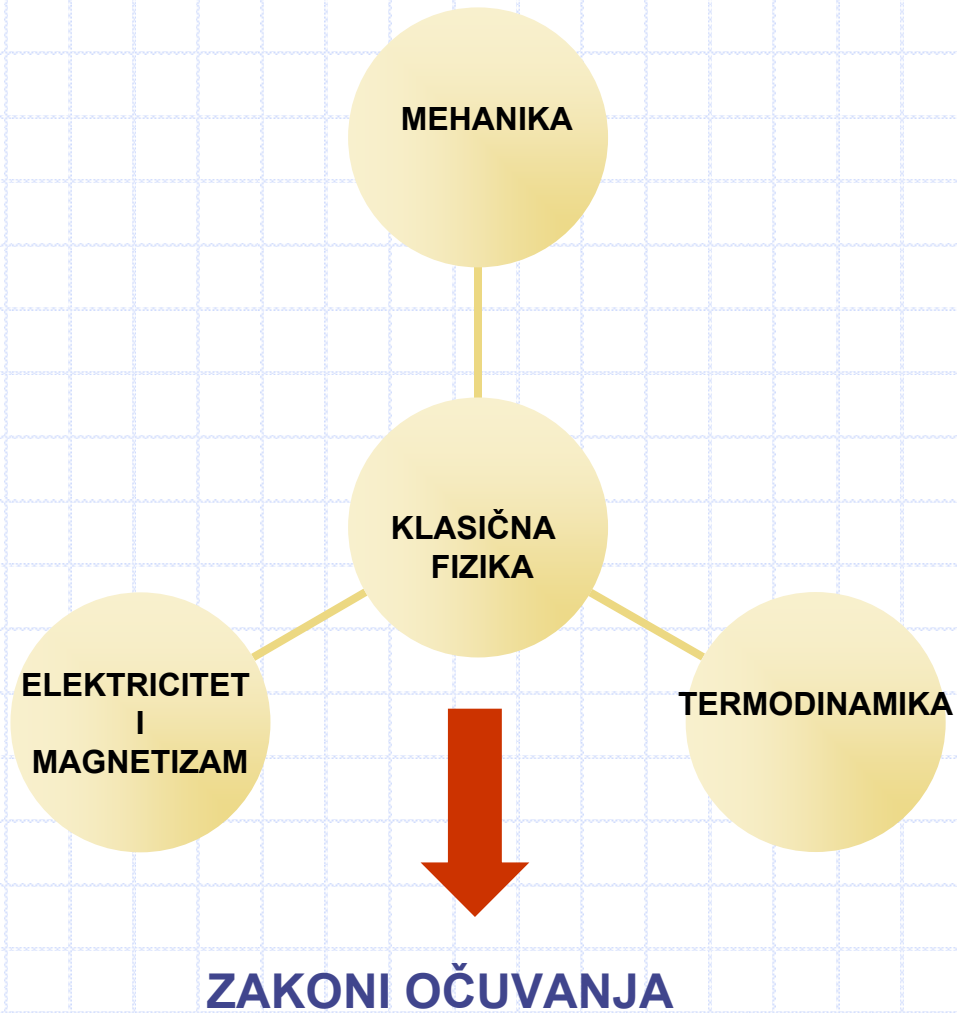
Danas ćemo raditi:

(V. Henč-Bartolić i P. Kulišić: "Valovi i optika", poglavlje 8)

◆ Kvantna priroda svjetlosti

- Uvod
- Spektar zračenja crnog tijela
 - ◆ Ultraljubičasta katastrofa
- Planckov zakon zračenja za crno tijelo
 - ◆ Kvanti svjetlosti
- Fotoelektrični efekt
- Comptonov efekt
- Primjena u modernoj tehnologiji

Klasična fizika



Uspjesi klasične fizike - zakoni očuvanja

- ◆ **Očuvanje energije:** Ukupna suma energija svih oblika je očuvana u svim interakcijama.
- ◆ **Očuvanje količine gibanja:** Kad nema vanjskih sila, količina gibanja je očuvana u svim interakcijama.
- ◆ **Očuvanje momenta količine gibanja :** Kad nema zakretnog momenta vanjskih sila, moment količine gibanja je očuvan u svim interakcijama.
- ◆ **Očuvanje naboja:** Električni naboj je očuvan u svim interakcijama.

Mehanika

◆ Galileo Galilei (1564-1642)

- Veliki eksperimentator
- Uveo princip inercije
- Uspostavio eksperiment kao dio znanstvene metode

◆ Isaac Newton (1643-1727)

- Postavio temeljne zakone mehanike, zakon gravitacije

Elektromagnetizam

Utemeljitelji:

- ◆ Coulomb (1736-1806)
- ◆ Oersted (1777-1851)
- ◆ Young (1773-1829)
- ◆ Ampère (1775-1836)
- ◆ Faraday (1791-1867)
- ◆ Henry (1797-1878)
- ◆ **Maxwell (1831-1879)**
- ◆ Hertz (1857-1894)

Razvoj elektromagnetizma kulminira Maxwellovim enačbama:

◆ Gaussov zakon za
električno polje (Φ_E):

$$\oiint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \iiint_V \rho dV$$

◆ Gaussov zakon za
magnetsko polje (Φ_B):

$$\oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

◆ Faradayev zakon:

$$\oint_K \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d}{dt} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

◆ Maxwell-Ampère'ov zakon:

$$\oint_K \vec{H} \cdot d\vec{s} = \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} + \frac{d}{dt} \iint_S \vec{D} \cdot d\vec{S}$$

Termodinamika

Doprinijeli razvoju:

- ◆ Benjamin Thompson (1753-1814) (Count Rumford)
- ◆ Sadi Carnot (1796-1832)
- ◆ James Joule (1818-1889)
- ◆ Rudolf Clausius (1822-1888)
- ◆ William Thompson (1824-1907) (Lord Kelvin)

Osnovna saznanja termodinamike

- ◆ Uveden pojam unutrašnje energije.
- ◆ Pokazano da je temperatura mjera unutrašnje energije.
- ◆ Definirana ograničenja na procese koji se ne mogu dogoditi preko novo uvedene veličine entropije (mjera "nereda" sistema).
- ◆ **"Nulti" zakon:** Više sistema prepušteni sami sebi teže postizanju ravnoteže: toplinske, kemijske, mehaničke, nakon nekog vremena.
- ◆ **Prvi zakon (očuvanje energije):** Promjena unutrašnje energije ΔU u sistemu jednaka je izmijenjenoj toplini Q s okolinom i radu koji sistem napravi:
$$\Delta U = Q + W$$
- ◆ **Drugi zakon:** Nije moguće pretvoriti svu toplinu u rad, a bez da se neka druga promjena ne dogodi.
- ◆ **Treći zakon:** Nije moguće konačnim brojem procesa sniziti temperaturu bilo kojeg sustava na apsolutnu nulu temperature (0 K).

Kinetička teorija plinova

Doprinosi:

- ◆ Amedeo Avogadro (1776-1856)
- ◆ Daniel Bernoulli (1700-1782)
- ◆ John Dalton (1766-1844)
- ◆ Ludwig Boltzmann (1844-1906)
- ◆ J. Willard Gibbs (1839-1903)
- ◆ James Clerk Maxwell (1831-1879)
- ◆ Robert Boyle (1627-1691)
- ◆ Charles (1746-1823)
- ◆ Gay-Lussac (1778-1823)

- ◆ Kulminira jednadžbom stanja idealnog plina:

$$PV = nRT$$

($R=8.31 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$ – plinska konstanta
 n – množina tvari)

Osnovna saznanja

- ◆ **Unutrašnja energija** U direktno je povezana sa srednjom kinetičkom energijom.
- ◆ Srednja kinetička energija proporcionalna je apsolutnoj temperaturi.
- ◆ Unutrašnja energija se podjednako raspodjeljuje na sve stupnjeve slobode.
- ◆ Srednja energija molekule u čvrstom tijelu jednaka je:

$$\overline{E} = kT$$

$$k = \frac{R}{N_A} = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} - \text{Boltzmannova konstanta}$$

Priroda svjetlosti

Doprinosi:

- ◆ Christiaan Huygens (1629 -1695)
- ◆ Isaac Newton (1642-1742)
- ◆ Thomas Young (1773 -1829)
- ◆ Augustin Fresnel (1788 – 1829)
- ◆ Newton zastupa korpuskularnu prirodu svjetlosti:
 - Čestice svjetlosti se gibaju po pravcu
 - Objašnjava oštru sjenu
 - Geometrijska optika
- ◆ Christiaan Huygens zastupa valnu prirodu svjetlosti
 - Svjetlost je val koji se iz točkastog izvora širi u koncentričnim krugovima
 - Objašnjava refleksiju i ogib

Granice klasične fizike

Klasična fizika može objasniti veliko mnoštvo činjenica iz makrosvijeta, ali nije uspjela dati odgovarajuće objašnjenje nekih opažanja:

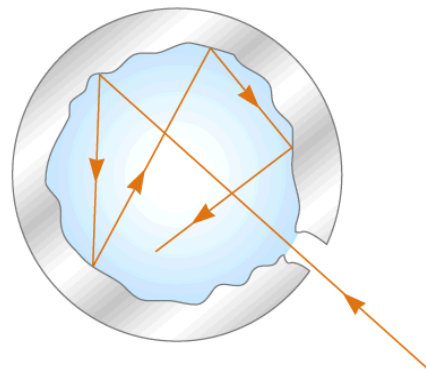
- ◆ Posljedice konstantnosti brzine svjetlosti u inercijalnim sustavima?
- ◆ Nemogućnost da se objasni spektar zračenja crnog tijela.
- ◆ Nemogućnost da se objasni fotoelektrični efekt.
- ◆ Nemogućnost da se objasne linijski spektri atoma (predavanje 11).

Početak moderne fizike

- ◆ Nova otkrića zahtijevala su preispitivanje fundamentalnih fizikalnih pretpostavki i koncepata na kojima se temeljio veliki uspjeh klasične fizike.
- ◆ Moderna fizika temelji se na Einsteinovoj specijalnoj i općoj teoriji relativnosti i kvantnoj teoriji.

Toplinsko zračenje (1)

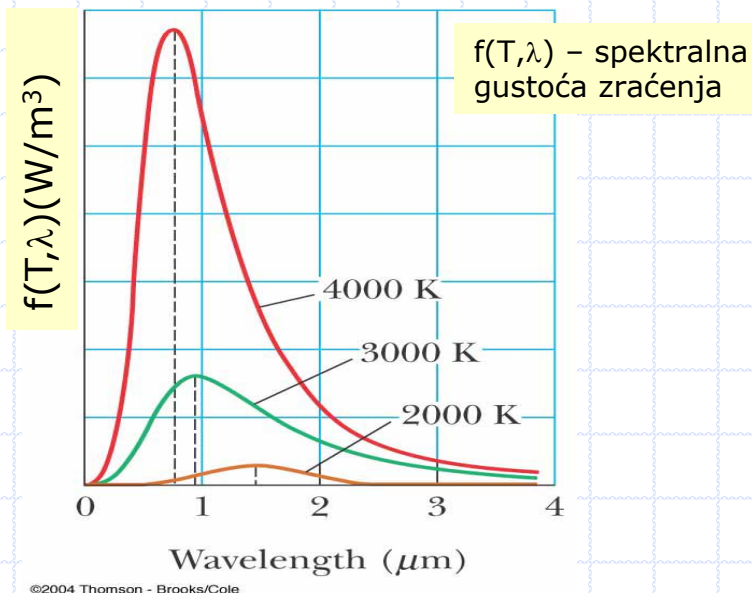
- ◆ **Toplinsko zračenje** nastaje kad atomi ili molekule tijela, pobuđeni termičkim gibanjem emitiraju elektromagnetske valove.
- ◆ Tijelo na bilo kojoj temperaturi zrači kontinuirani spektar elektromagnetskog zračenja (toplinsko zračenje):
 - Karakteristike zračenja ovise o temperaturi tijela i o svojstvima površine tijela.
 - Na sobnoj temperaturi valne duljine toplinskog zračenja su u infracrvenom području.
 - Kako se temperatura mijenja, mijenja se i područje valnih duljina koje zrači tijelo.
 - Kako temperatura raste valne duljine iz infracrvenog područja pomiču se prema vidljivom, pa ultraljubičatom dijelu spektra, itd.
- ◆ **Crno tijelo** je idealizacija, to je tijelo koje apsorbira sve valne duljine upadnog elektromagnetskog zračenja i ujedno s jednakom efikasnošću emitira sve valne duljine.
- ◆ Crno tijelo je izotermna šupljina s malim otvorom.



**Praktična aproksimacija
crnog tijela (izotermna šupljina)**

Toplinsko zračenje (2)

- Spektar zračenja bitno ovisi o temperaturi tijela: što je temperatura veća, to je i ukupna izračena energija veća (površine ispod krivulja na slici).
- Spektar opada na nulu za male i velike valne duljine.
- Svaki spektar ima maksimum na određenoj valnoj duljini; kako temperatura raste.
- Maksimumi se pomiču prema manjim valnim duljinama.



◆ Eksperimentalno utvrđene karakteristike toplinskog zračenja:

- **Wienov zakon:** valna duljina koja odgovara maksimumu izračene energije (λ_m) obrnuto je proporcionalna temperaturi:

$$\lambda_m \cdot T = 2,889 \cdot 10^{-3} (m \cdot K)$$

- **Stefan-Boltzmannov zakon** (Jozef Stefan eksperimentalno, a Ludwig Boltzmann teorijski, su došli do spoznaje da je energija koju zrači četvorni metar površine crnog tijela u jednoj sekundi razmjeran četvrtoj potenciji apsolutne temperature tijela:

$$I = \int_0^{\infty} f_{ct}(\lambda, T) d\lambda = \sigma T^4 \quad \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \left(\frac{W}{m^2 K^4} \right)$$

σ - Stefan - Boltzmannova konstanta

Toplinsko zračenje (3)

- ◆ **Spektralna gustoća zračenja** crnog tijela, $f_{ct} (W/m^3)$, je energija elektromagnetskog zračenja koju izrači $1 m^2$ u jednoj sekundi s valnim duljina od λ do $\lambda+d\lambda$ i funkcija je valne duljine i temperature:

$$dI = I_{\lambda} d\lambda = f_{ct}(\lambda, T) d\lambda$$

- ◆ Pri teorijskim razmatranjima često je praktičnije raditi s frekvencijom ν , pa se upotrebljavaju veličine I_{ν} i $f_{ct}(\nu, T)$. Budući da je $\lambda = c/\nu$ i $d\lambda = -\lambda d\nu/\nu$, to je:

$$I_{\lambda} = f_{ct}(\lambda, T) = \frac{\nu}{\lambda} f_{ct}(\nu, T)$$

Zračenje crnog tijela

◆ Interaktivni primjer

http://cat.sckans.edu/physics/black_body.htm

◆ Snaga koju izrači crno tijelo površine S je:

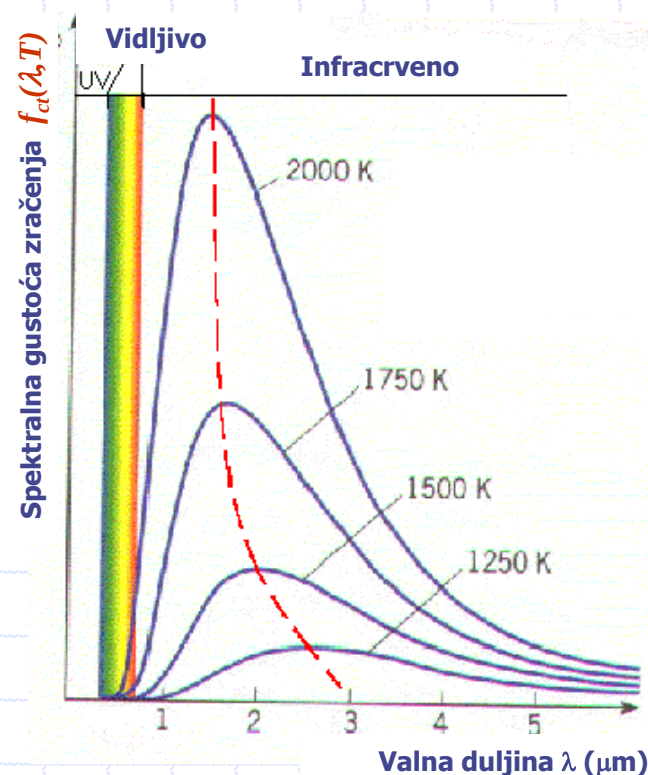
$$P = S\sigma T^4$$

◆ Za realna tijela faktor emisije ($0 < \varepsilon < 1$), te Stefan-Boltzmannov zakon glasi:

$$I = \varepsilon\sigma T^4$$

◆ Ako je crno tijelo temperature T_2 okruženo zidovima temperature T_1 , tijelo će emitirati snagu $S\sigma T_2^4$, ali i apsorbirati snagu $S\sigma T_1^4$, pa je snaga koju tijelo gubi zračenjem jednaka:

$$P = S\sigma(T_2^4 - T_1^4)$$



Ultraljubičasta katastrofa

♦ Mogu li zakoni klasične fizike (mehanike i elektrodinamike) objasniti toplinsko zračenje?

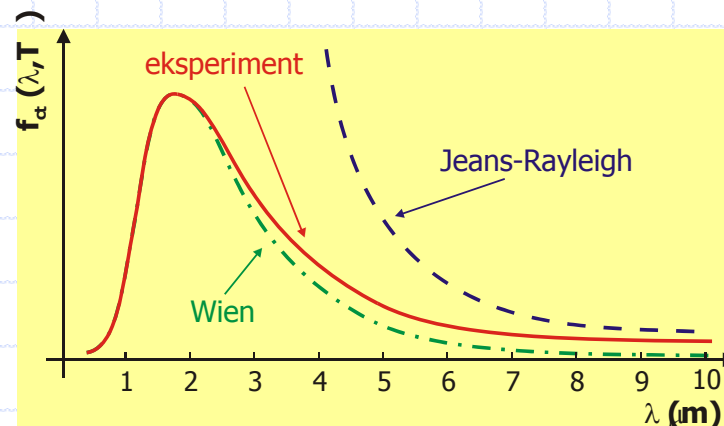
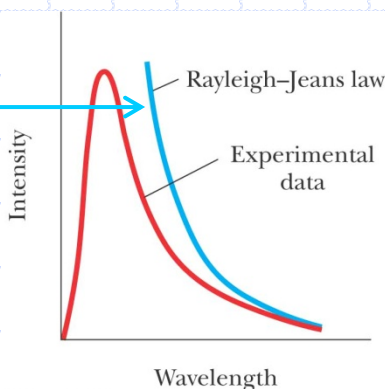
- Osnovna pretpostavka: svjetlost zrače harmonički oscilatori (npr. elektroni u atomima) koji mogu imati **bilo koju vrijednost energije**.

- Jeans-Rayleighova formula:

$$f_{ct}(\lambda, T) = \frac{2\pi c}{\lambda^4} \bar{E} = \frac{2\pi c}{\lambda^4} kT$$

- Wienova formula:
(primjenjujući zakone termodinamike)

$$f_{ct}(\lambda, T) = \frac{A}{\lambda^5} e^{-\frac{B}{\lambda T}}$$



➤ **!!! Jeans-Rayleighov i Wienov rezultat nisu u skladu s eksperimentom, ali ne zato što se u izvodu potkrala neka greška, već zato što klasična fizika svojim zakonima ne može objasniti sve pojave u prirodi.**

Plankov zakon zračenja za crno tijelo

- ◆ Max Planck je 14. prosinca 1900. održao predavanje u Društvu njemačkih fizičara, izvodeći novi zakon zračenja uz "čudnu" hipotezu da harmonički oscilator mijenja svoju energiju samo u određenim obrocima,

kvantima energije $h\nu$,

gdje je ν frekvencija titranja, a h nova prirodna konstanta koja će kasnije biti nazvana **Planckovom konstantom**.



- ◆ Uz ovu hipotezu Planck je izveo novi izraz za spektralnu gustoću $f_{ct}(\lambda, T)$ koji se savršeno slagao s eksperimentalnim podacima:

$$f_{ct}(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$$

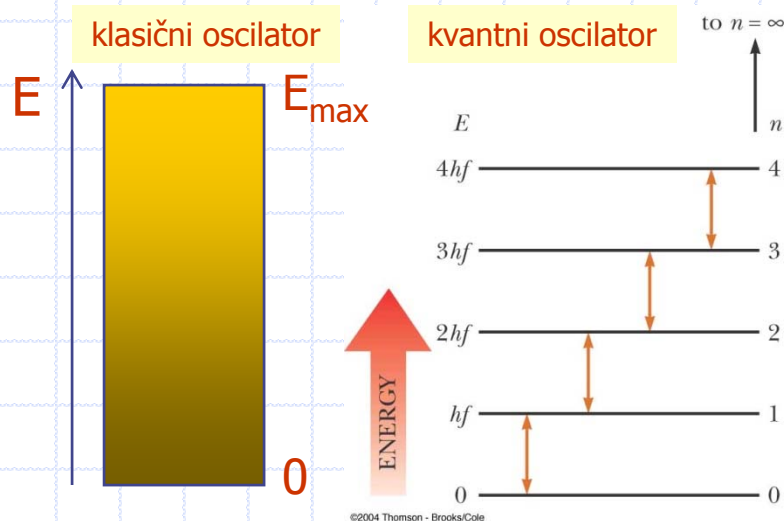
- ◆ Gornji izraz sadrži parametar h , koji je Planck podesio tako da se njegova teorijska krivulja slaže s eksperimentalnom.
- ◆ Nađeno je da vrijednost ovog parametar ne ovisi o materijalu od kojeg je napravljeno crno tijelo ni o temperaturi, odnosno da je to prirodna fundamentalna konstanta koja se naziva **Planckova konstanta**:

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js} = 4,14 \cdot 10^{-15} \text{ eVs}$$

Planckove pretpostavke

- ◆ **Prva pretpostavka - Energija oscilatora može poprimiti samo određene diskretne vrijednosti E_n , $E_n = nh\nu$**
 - n – pozitivan cijeli broj $n=0,1,2,3,\dots$,
 - h – Planckova konstanta
 - ν - frekvencija oscilatora
- ◆ Energija je kvantizirana, može se mijenjati samo u određenim obrocima, kvantima.
- ◆ Kvant je u načelu najmanja količina "nečega", npr. novac je kvantiziran, a najmanja količina tj. kvant je jedna lipa.
- ◆ **Druga pretpostavka - Oscilator (tj. atom ili molekula) emitira ili apsorbira energiju samo u diskretnim obrocima, i tad prelazi iz jednog kvantnog stanja u drugo.**

- Energijski dijagram klasičnog i kvantnog harmoničkog oscilatora, frekvencije f .
- Klasični harmonički oscilator koji titra frekvencijom f može imati bilo koju vrijednost između 0 i $E_{\max}$.
- Kvantni harmonički oscilator može imati samo diskretne vrijednosti energije: $0, hf, 2hf, 3hf, \dots$
- Mnogi znanstvenici pa i sam Planck na početku kvantnu hipotezu nisu smatrali realističnom.
- Brojni eksperimenti su pokazali da je kvantna ideja ispravna.



©2004 Thomson - Brooks/Cole

Planckova formula

$$f_{ct}(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}; f_{ct}(\nu, T) = \frac{2\pi h}{c^2} \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

Stefan-Boltzmannov zakon

$$I = \int_0^{\infty} f_{ct}(\lambda, T) d\lambda = \sigma T^4$$

Wienov zakon

$$\frac{df_{ct}(\lambda, T)}{d\lambda} = 0 \Rightarrow \lambda_m T = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ Km}$$

Wienova formula

$$h\nu \gg kT \text{ ili } \lambda \ll \frac{hc}{kT} \Rightarrow f_{ct}(\lambda, T) = \frac{A}{\lambda^5} e^{-\frac{B}{\lambda T}}$$

$$h\nu \gg kT \rightarrow e^{\frac{h\nu}{kT}} \rightarrow e^{\frac{h\nu}{kT}} \gg 1 \rightarrow e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \rightarrow e^{\frac{h\nu}{kT}}$$

$$h\nu \ll kT \rightarrow e^{\frac{h\nu}{kT}} \rightarrow 1 + \frac{h\nu}{kT}$$

Jeans-Rayleighova formula

$$h\nu \ll kT \text{ ili } \lambda \gg \frac{hc}{kT} \Rightarrow f_{ct}(\lambda, T) = \frac{2\pi c}{\lambda^4} \bar{E} = \frac{2\pi c}{\lambda^4} kT$$

Primjer

◆ Blok mase 2 kg vezan je za oprugu konstante $k=25 \text{ N/m}$. Opruga se rastegne za 40 cm iz ravnotežnog položaja i pusti.

- Nađite frekvenciju i ukupnu energiju harmoničkog oscilatora u klasičnoj fizici.
- Ako je energija kvantizirana, nađite kvantni broj ovog harmoničkog oscilatora.
- Kolika je promjena energije u jednom kvantnom skoku?

a)

$$E = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} 25 \left(\frac{\text{N}}{\text{m}} \right) (0,4 \text{ m})^2 = 2 \text{ J}$$

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{25 \text{ N/m}}{2 \text{ kg}}} = 0,56 \text{ Hz}$$

b)

$$E = n h \nu = n \cdot (6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}) \cdot (0,56 \text{ Hz}) = 2 \text{ J} \rightarrow n = \frac{2 \text{ J}}{(6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}) \cdot (0,56 \text{ Hz})} = 5,4 \cdot 10^{33}$$

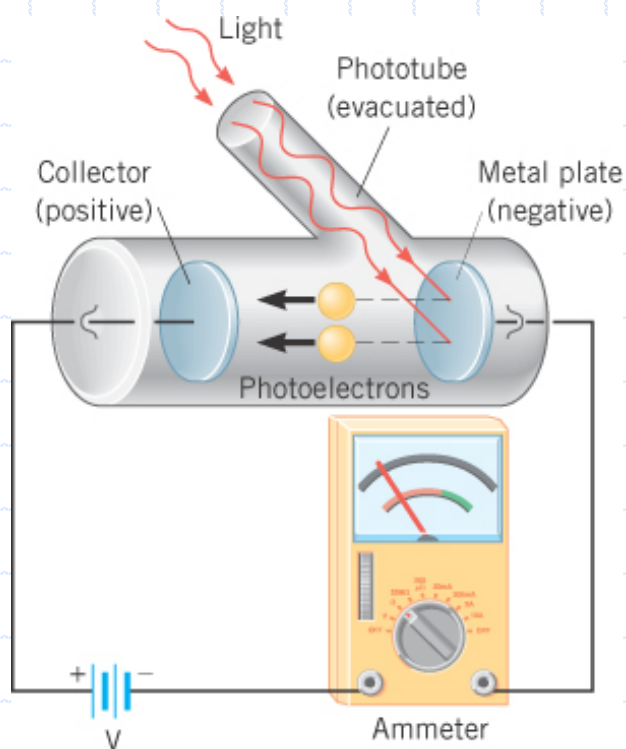
c)

$$E = h \nu = 3,7 \cdot 10^{-34} \text{ J}$$

- Promjena energije u jednom kvantnom skoku je tako mali dio ukupne energije oscilatora da je ne možemo zamijetiti.
- Ako se razmatra realni harmonički oscilator, zbog trenja njegova se energija smanjuje. Mi smanjenje energije harmoničkog oscilatora doživljavamo kao kontinuirani proces, iako se on odvija u kvantnim skokovima koje naša osjetila ne mogu razlučiti.
- Kvantni skokovi dobivaju na značenju i postaju mjerljivi na atomskoj razini.

Fotoelektrični efekt

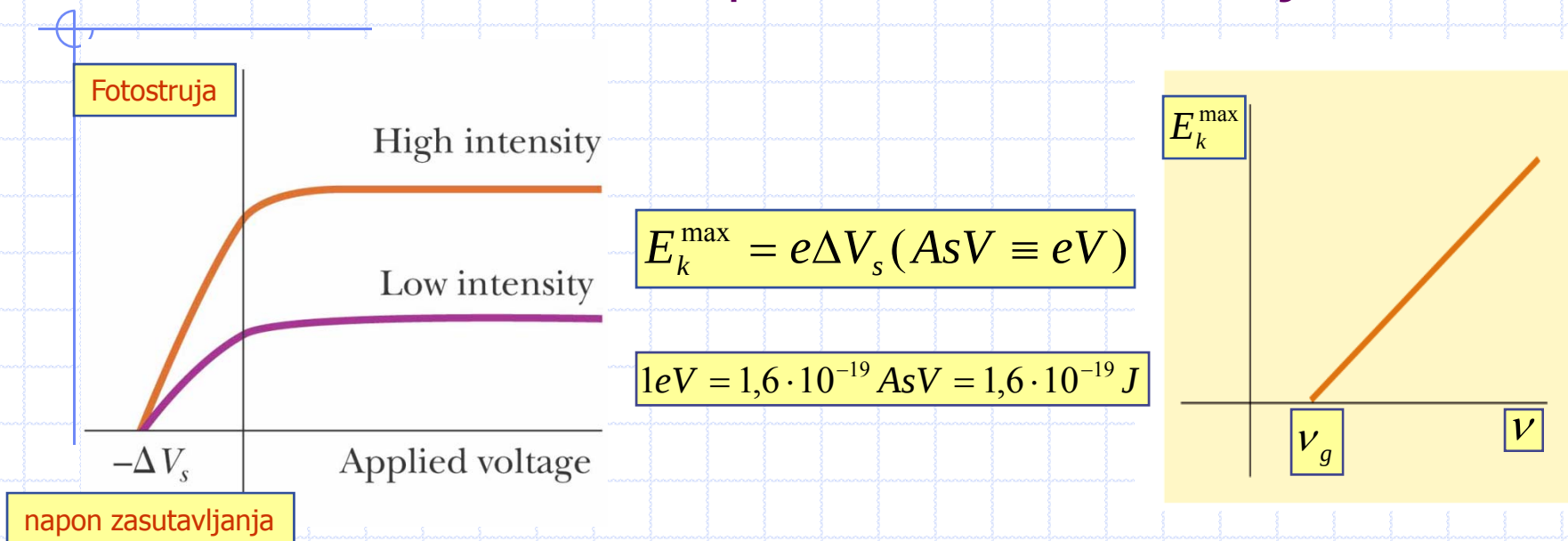
- ◆ Pojava da metali obasjani svjetlošću (elektromagnetskim valovima) emitiraju elektrone (zovemo ih fotoelektroni).
- ◆ 1887. H. Hertz opazio da se skakanje iskre između metalnih elektroda znatno pojačava ako se one obasjaju svjetlošću.
- ◆ Godinu dana kasnije Hallwachs je utvrdio da iz metala obasjanih svjetlošću odgovarajuće valne duljine izlaze elektroni.



Eksperimentalna uočavanja

- Kad elektroda E nije obasjana svjetlošću struja kroz ampermetar je nula.
- Kad se elektroda E obasja svjetlošću odgovarajuće valne duljine, poteče struja koja se mjeri ampermetrom.
- Struja kroz ampermetar je rezultat fotoelektrona emitiranih iz elektrode E koja se nalazi na negativnom potencijalu.
- Struja teče i kad nema napona, ako je elektroda E obasjana svjetlošću odgovarajuće valne duljine.
- Kad se zamijeni polaritet napona (elektroda E se spoji na + pol izvora, a elektroda C na – pol), pri određenom inverznom naponu kojeg zovemo **napon zaustavljanja** struja prestaje teći.
- Struja raste s porastom intenziteta svjetla.
- Napon zaustavljanja ne ovisi o intenzitetu već samo o valnoj duljini (frekvenciji) svjetla.

Fotoelektrični efekt – eksperimentalna uočavanja



- ◆ Elektroni će se emitirati iz metala ako im se daje dovoljno energije.
- ◆ Elektroni bi trebali kontinuirano apsorbirati energije iz elektromagnetskog polja (klasična fizika).
- ◆ Eksperimentalna je činjenica da **kinetička energija elektrona ne ovisi o intenzitetu svjetlosti**, a po klasičnoj teoriji energija fotoelektrona bi trebala rasti s povećanjem intenziteta svjetla.
- ◆ Po klasičnoj fizici elektroni bi trebali biti emitirani svjetlošću bilo koje frekvencije, ako je intenzitet svjetlosti dovoljno velik, međutim **fotoefekt se javlja samo ako je frekvencija veća od određene granične frekvencije** i kinetička energija fotoelektrona raste s porastom frekvencije.
- ◆ **Granična frekvencija ν_g ovisi o vrsti metala koji je obasjan svjetlošću.**

Fotoefekt - objašnjenje

- ◆ Za objašnjenje ovog efekta potrebna je ideja o **kvantnoj prirodi svjetlosti**.
- ◆ 1905., **A. Einstein** objasnio fotoelektrični efekt tako da je svjetlost zorno predočio **korpuskulama energije** koje brzinom svjetlosti jure kroz prostor: svjetlost iste frekvencije sastoji se od kvanata energije **$h\nu$ - fotona**.
- ◆ Po Einstenovu modelu, foton je lokaliziran pa on svu svoju energiju **$h\nu$** predaje elektronu u metalu.
- ◆ Maksimalna kinetička energija elektrona ovisi o frekvenciji upadnog svjetla i izlaznom radu **W_i** .

$$h\nu = W_i + E_k$$
- ◆ Izlazni rad predstavlja minimalnu energiju koju treba dati elektronu da ga se izbaci iz metala, to je ustvari minimalna energija kojom je elektron vezan u metalu i reda je veličine nekoliko eV.

Izlazni rad nekih metala

Izlazni rad nekih metala

Metal	W_i (eV)
Na	2.46
Al	4.08
Cu	4.70
Zn	4.31
Ag	4.73
Pt	6.35
Pb	4.14
Fe	4.50

Relativistička energija i impuls

- ◆ Newtonova mehanika vrijedi samo za brzine mnogo manje od brzine svjetlosti.
- ◆ Za opisivanje pojava pri kojima su brzine usporedive s brzinom svjetlosti potrebna je specijalna teorija relativnosti, koju je 1905 formulisao A. Einstein.
- ◆ Specijalna teorija relativnosti se izvodi iz slijedećih postulata:
 - svi zakoni fizike su isti u svim inercijalnim sustavima a ne samo zakoni mehanike
 - brzina svjetlosti je konstantna u svim inercijalnim sustavima (brzina ne ovisi o brzini kojom se izvor svjetla giba ili brzini promatrača u odnosu na izvor svjetla).

Relativistička energija

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma mc^2 = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}$$

$$m = 0, \text{ foton cestica bez mase : } E = pc$$

$$v = 0 \rightarrow p = 0 \rightarrow E = mc^2; \text{ energija mirovanja}$$

Relativistička impuls

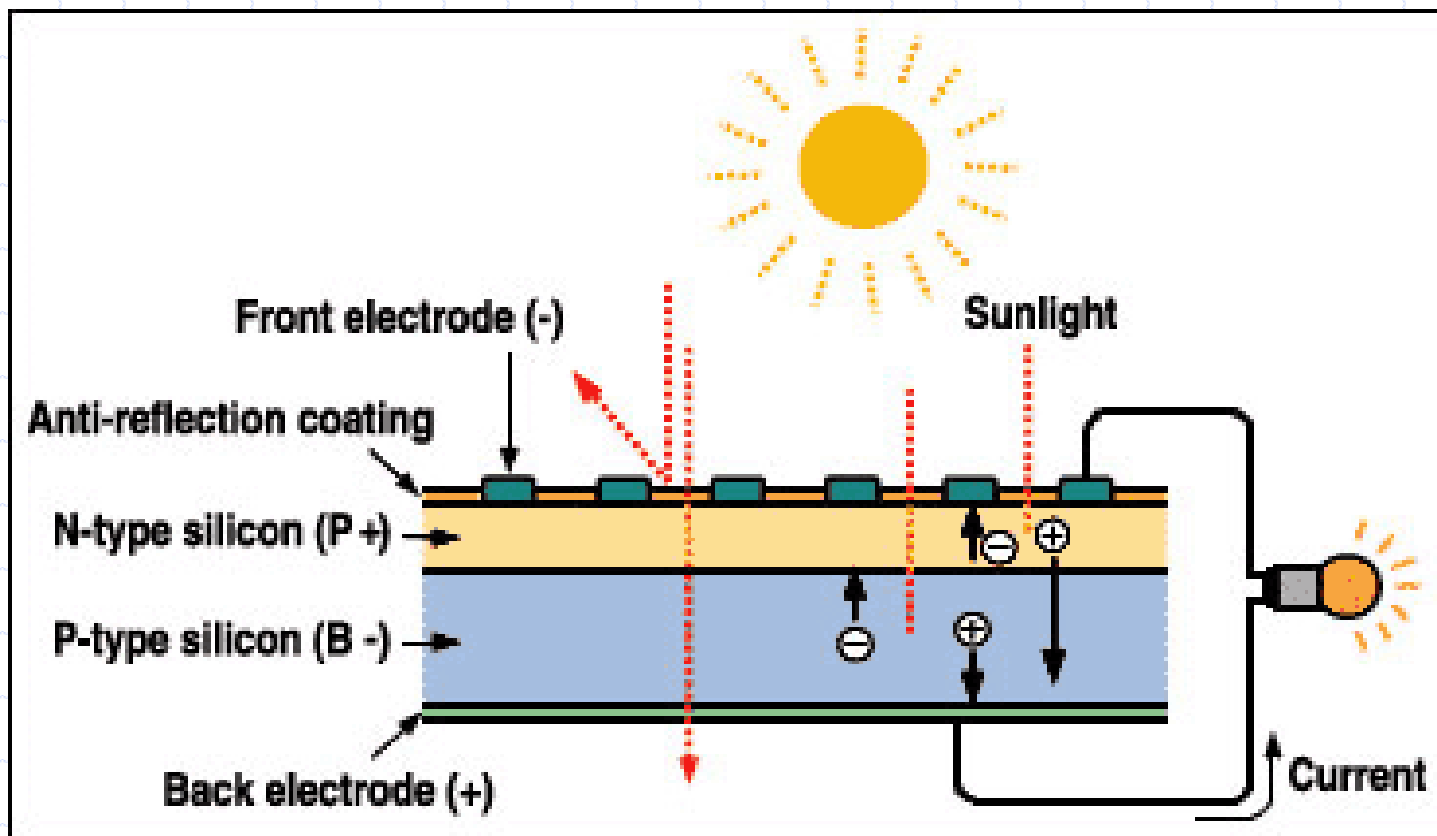
$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Kinetička energija

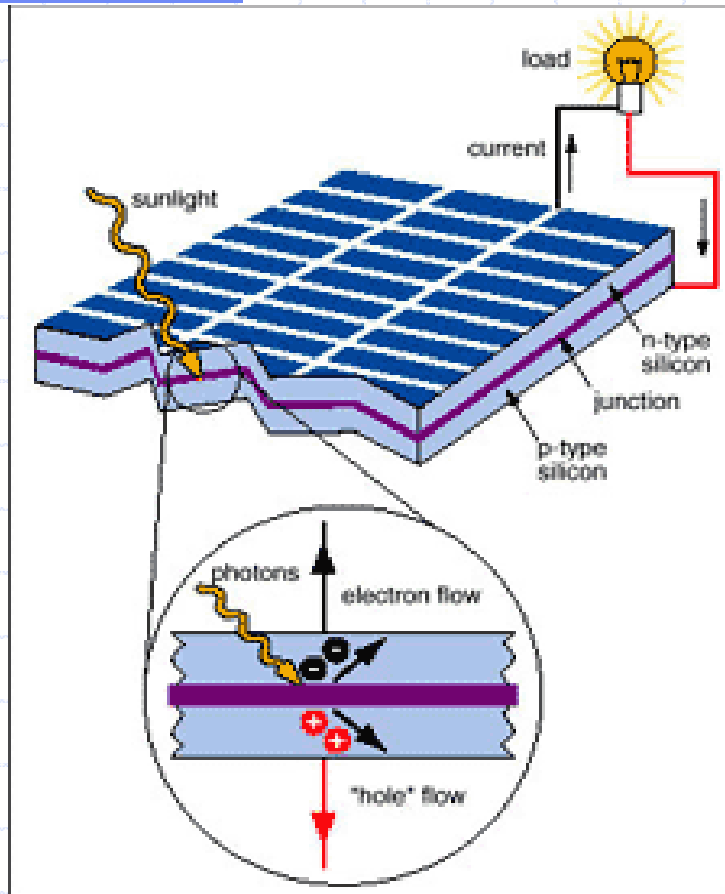
$$E_k = E - mc^2 = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4} - mc^2$$

Solarne ćelije (1)

- ◆ Primjer primjene fotoelektričnog efekta:



Solarne ćelije (2)



"Solar evolution":

http://www.californiasolarcenter.org/history_pv.html

International Space Station

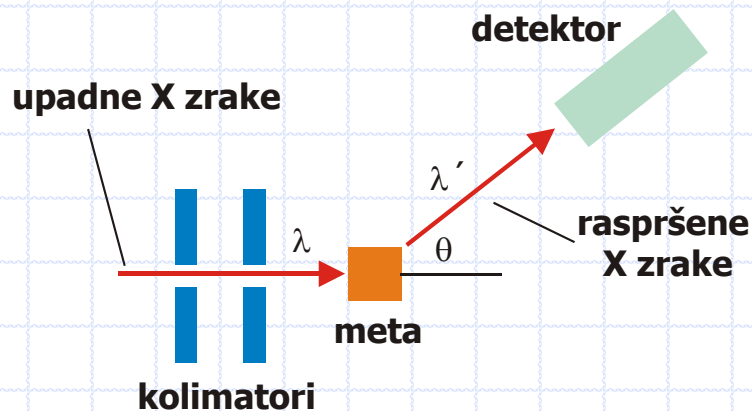


Hubble teleskop

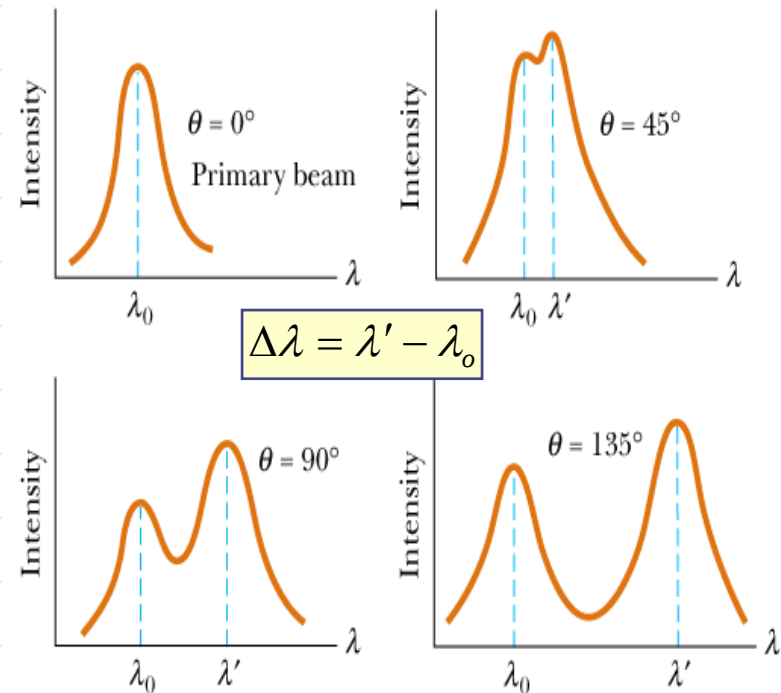


Comptonov efekt – eksperiment

- ◆ 1916. Einstein proširio svoje ideje o kvantima svjetlosti-fotonima predloživši da svaki foton ima količinu gibanja $p = h\nu/c = h/\lambda$.
- ◆ Compton 1923, rezultate eksperimenta u kojem se rendgensko zračenje $\lambda < 10^{-10}$ m (elektromagnetski valovi) raspršuje na elektronima u meti grafita jedino moglo objasniti pretpostavkom da elektromagnetski val čine fotoni **energije $h\nu$** i **količine gibanja $p = h\nu/c = h/\lambda$** .



- Uočeno da raspršeno zračenje ima dvije komponente:
 - jedna ima valnu duljinu kao i upadni snop
 - druga ima malo veću valnu duljinu
 - razlika tih dviju valnih duljina $\Delta\lambda$ ovisi o kutu raspršenja



Comptonov efekt – klasičan pristup

- ◆ Po klasičnoj teoriji elektromagnetski val frekvencije f pobuđuje elektron na titranje.
- ◆ Elektron koji titra emitira elektromagnetski val frekvencije jednake frekvenciji titranja elektrona.
- ◆ Frekvencija titranja elektrona nije jednaka frekvenciji upadnog elektromagnetskog vala već ovisi o relativnoj brzini elektrona prema elektromagnetskom valu zbog Dopplerovog efekta.
- ◆ Različiti elektroni se gibaju različitim brzinama, te vide različite frekvencije upadnog elektromagnetskog vala zbog Dopplerovog efekta te tako re-emitiraju valove različitih frekvencija.
- ◆ Po klasičnoj teoriji frekvencije raspršenog elektromagnetskog vala bi na danom kutu trebale imati razdiobu koja odgovara Dopplerovom pomaku.
- ◆ Međutim, Comptonov eksperiment pokazuje da se na danom kutu raspršenja uočava samo jedna frekvencija uz uvijek prisutnu frekvenciju upadnog vala.
- ◆ Compton i njegovi suradnici pokazali su da se rezultati eksperimenta mogu objasniti pretpostavkom da foton ima i količinu gibanja $p = h\nu/c = h/\lambda$.

Comptonov efekt – kvantni pristup

◆ Eksperimentom je utvrđeno:

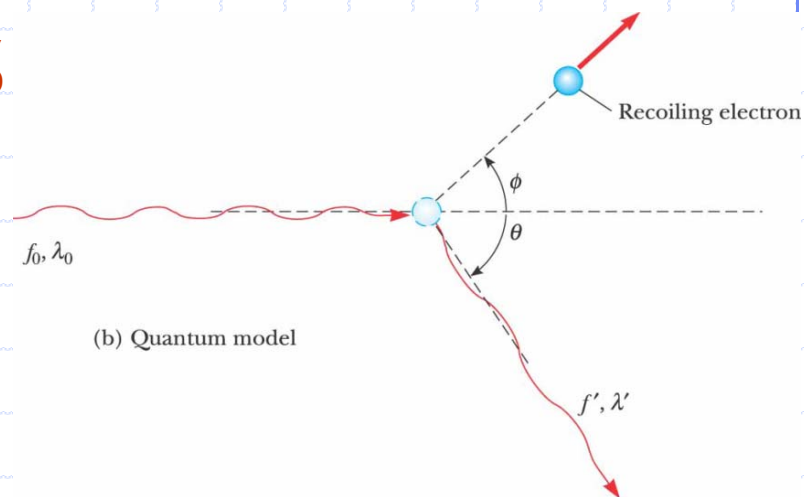
- na danom kutu θ raspršuje se val samo jedne jedine frekvencije koja je manja od frekvencije upadnog vala,
- elektron se raspršuje pod kutom ϕ , očito ne u smjeru širenja vala kako predviđa klasična teorija.

◆ Kvantno objašnjenje eksperimenta

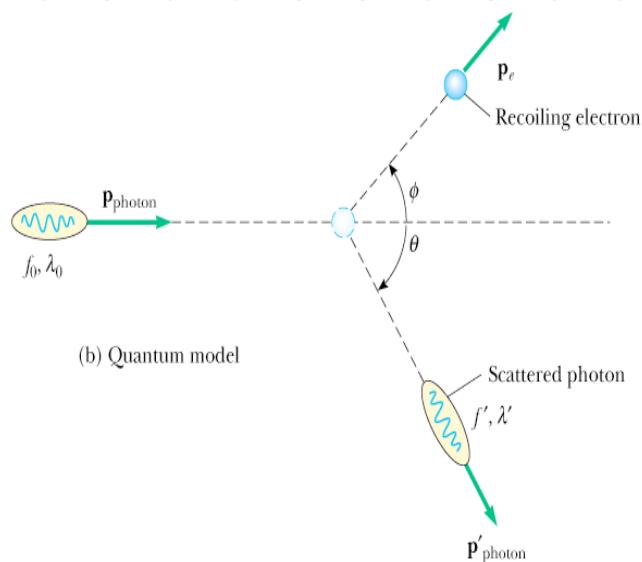
- upadni elektromagnetski val čine fotoni čija je energija $E = h\nu$, a količina gibanja:

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{c} \nu$$

- proces raspršenja elektromagnetskog vala na elektronu se sada razmatra kao elastičan sudar dvije čestice, fotona i elektrona, te se primjenom zakona očuvanja energije i količine gibanje nalazi izraz za frekvenciju kao funkcija kuta θ pod kojim se raspršuje foton.



Comptonov efekt -izvod



zakon očuvanja energije

$$h\nu + m_e c^2 = h\nu' + \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

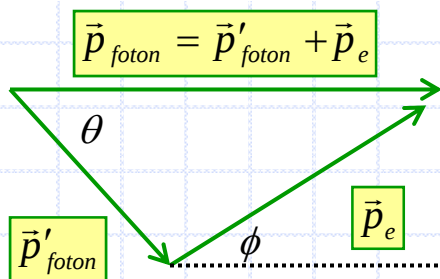
zakon očuvanja količine gibanja

$$|\vec{p}_e = \vec{p}_{\text{fotona}} - \vec{p}'_{\text{fotona}}|^2$$

$$p_e^2 = \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda'}\right)^2 - 2 \frac{h}{\lambda} \frac{h}{\lambda'} \cos \theta$$

$$\text{x - komponenta : } \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'} \cos \theta + m_e v \cos \phi$$

$$\text{y - komponenta : } 0 = \frac{h}{\lambda'} \sin \theta + m_e v \sin \phi$$



$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\theta) = \lambda_c (1 - \cos\theta) = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

gdje je $\lambda_c = \frac{h}{m_e \cdot c} = 2.43 \times 10^{-12} \text{ m} = 0.00243 \text{ nm}$ - Comptonova valna duljina

Comptnov efekt – izvod (detalji)

- ♦ Iz zakona očuvanja energije i količine gibanja dolazi se do izraza za promjenu valne duljine $\Delta\lambda$ u ovisnosti o kutu raspršenja fotona θ :

$$h\nu + m_e c^2 = h\nu' + \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \text{ iz zakona očuvanja energije}$$

$$E_k = \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_e c^2 = h\nu - h\nu' = c\sqrt{p^2 + m_e^2 c^2} - m_e c^2$$

$$c^2 p^2 = h^2 (\nu - \nu')^2 + 2h(\nu - \nu')mc^2$$

$$(\vec{p})^2 = (\vec{p}_{\text{fotona}} - \vec{p}'_{\text{fotona}})^2; p^2 = \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda'}\right)^2 - 2\frac{h}{\lambda}\frac{h}{\lambda'}\cos\theta = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - 2\frac{h\nu}{c}\frac{h\nu'}{c}\cos\theta$$

$$c^2 p^2 = (h\nu)^2 + (h\nu')^2 - 2h^2\nu\nu'\cos\theta = h^2\nu^2 + h^2\nu'^2 - 2h^2\nu\nu' + 2h(\nu - \nu')mc^2$$

$$2h^2\nu\nu'(1 - \cos\theta) = 2h(\nu - \nu')mc^2$$

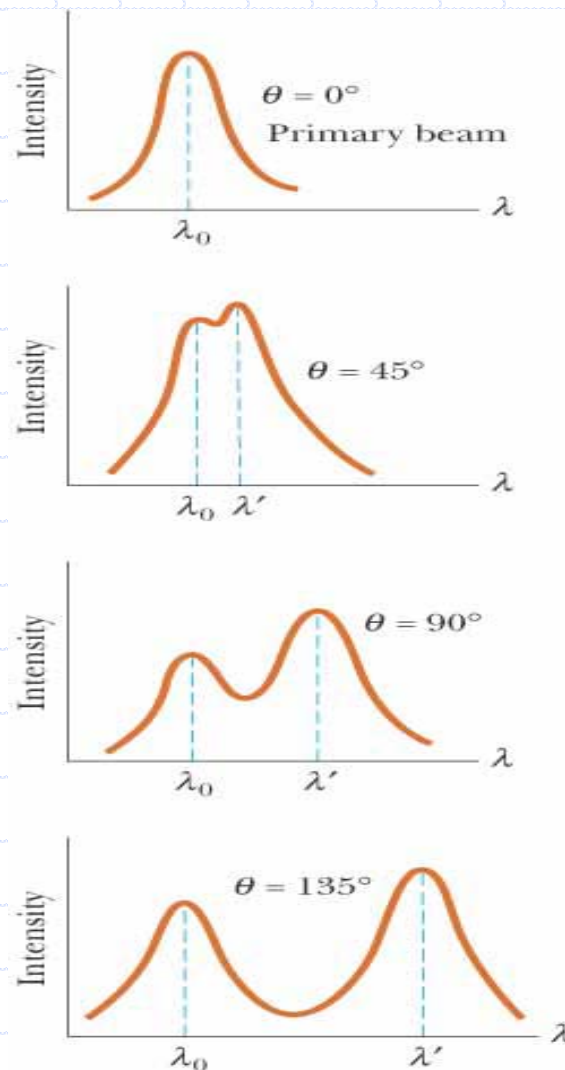
$$c \frac{(\nu - \nu')}{\nu\nu'} mc = h(1 - \cos\theta)$$

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{c}{\nu'} - \frac{c}{\nu} = c \frac{\nu - \nu'}{\nu'\nu}$$

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos\theta) = \lambda_c (1 - \cos\theta)$$

Comptonov efekt – raspršenje na atomu

- ◆ U eksperimentu se uvijek na bilo kojem kutu raspršenja uočava maksimum na valnoj duljini upadnog zračenja λ_0 , uz karakteristični maksimum na većoj valnoj duljini λ' koja je različita za različite kutove raspršenja θ .
- ◆ Nepomaknuti vrh na upadnoj valnoj duljini λ_0 nastaje zbog raspršenja upadnog elektromagnetskog vala (X-zraka) na elektronima koji su snažno vezani za atome mete.
- ◆ Ako se u izrazu za Comptonovu valnu duljinu $\lambda_c = h/m_e c$ masa elektrona zamijeni s masom atoma ugljika, koja je 23 000 puta veća od mase elektrona, onda je promjena u valnoj duljini zanemariva te je $\lambda' = \lambda_0$.



Nobelov e-muzej

<http://www.nobel.se/physics/articles/ekspong/>

◆ Dualna priroda svjetlosti kroz arhiv Nobelove nagrade:

- 1901. Wilhelm Conrad Röntgen
- 1912. Max von Laue
- 1918. Max Karl Ernst Ludwig Planck
- 1921. Albert Einstein
- 1922. Niels Henrik David Bohr
- 1927. Arthur Holly Compton i C.T.R. Wilson
- 1965. Sin-Itiro Tomonaga, Julian Schwinger i Richard Feynman
- 1979. Sheldon Glashow, Abdus Salam i Steven Winberg



W. Röntgen



M. von Laue



A. Einstein



N. Bohr



A. Compton

Sažetak (1)

- ◆ **Toplinsko (termičko) zračenje** nastaje kada atomi ili molekule tijela, pobuđeni termičkim gibanjem, emitiraju elektromagnetske valove. Intenzitet i spektralni sastav (tj. razdioba energija po frekvencijama ili valnim duljinama) izračene toplinske energije nekog tijela uglavnom ovise o njegovoj temperaturi.
- ◆ Kada zračenje upada na površinu nekog neprozirnog tijela, dio upadnog zračenja se odbija, a dio apsorbira. Omjer apsorbiranog i upadnog toka zove se **faktor apsorpcije (α)**, a omjer reflektiranog i upadnog toka **faktor refleksije (ρ)**. Upadni tok dijeli se na apsorbirani i reflektirani dio, pa stoga vrijedi $\alpha + \rho = 1$.
- ◆ Tijelo koje potpuno apsorbira određene valne duljine **crno** je za to područje spektra; njegov faktor apsorpcije je $\alpha = 1$, a faktor refleksije $\rho = 0$.
- ◆ Tijelo koje reflektira cijelo upadno zračenje jest **bijelo** tijelo, dok se tijelo koje djelomično reflektira sve valne duljine upadnog zračenja podjednako zove **sivo** tijelo.
- ◆ **Spektralna gustoća zračenja** crnog tijela f_{ct} definira se preko dijela dI ukupnog intenziteta koji crno tijelo izrači s valnim duljinama od λ do $\lambda + d\lambda$ i funkcija je valne duljine i temperature:
$$dI = I_{\lambda} d\lambda = f_{ct}(\lambda, T) d\lambda$$
- ◆ **Spektralna gustoća zračenja** bilo kojeg tijela jest snaga toplinskog zračenja određene valne duljine (frekvencije) koju na temperaturi T emitira jedinica površine tijela, pa $f(\lambda, T)$ **ovisi o valnoj duljini, temperaturi, materijalu i osobinama površine**.

Sažetak (2)

◆ Spektar zračenja crnog tijela:

- Kada je izotermna šupljina ugrijana na neku temperaturu T , iz njezina otvora izlazi zračenje kontinuirane raspodjele valnih duljina, pri čemu je spektar tog zračenja vrlo blizak spektru zračenja crnog tijela.
- Spektar bitno ovisi o temperaturi tijela: što je temperatura veća, to je i ukupno izračena energija veća.
- Vrijedi **Stefan-Boltzmannov zakon**: ukupni intenzitet zračenja, tj. energija koju zrači četvorni metar površine tijela u sekundi razmjeran je četvrtoj potenciji temperature crnog tijela:
gdje je σ Stefan-Boltzmannova konstanta: $I = \sigma T^4$
- Svaki spektar ima maksimum na određenoj valnoj duljini (λ_m). Kako temperatura raste, maksimumi se pomiču prema manjim valnim duljinama. Vrijedi **Wienov zakon pomicanja**: valna duljina koja odgovara maksimumu izračene energije obrnuto je proporcionalna temperaturi:
 $\lambda_m T = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ Km}$
- Spektar opada na nulu za male i velike valne duljine.

Sažetak (3)

◆ Ultraljubičasta katastrofa:

- Krajem 19. stoljeća, nakon što je izmjeren spektar zračenja crnog tijela, pomoću statističke mehanike i valne teorije svjetlosti pokušao se objasniti oblik krivulja spektra za pojedine temperature i dobiti kvantitativna ovisnost energije zračenja o valnoj duljini.
- Mogu li zakoni klasične fizike (mehanike i elektrodinamike) objasniti toplinsko zračenje? Osnovna pretpostavka: svjetlost zrače harmonički oscilatori (npr. elektroni u atomima) koji mogu imati bilo koju vrijednost energije.
- Dva najvažnija rezultata klasične fizike u pokušajima objašnjenja spektra zračenja crnog tijela:

Wienova formula
(dobra za male valne duljine)

$$f_{ct}(\lambda, T) = \frac{A}{\lambda^5} e^{-\frac{B}{\lambda T}}$$

Rayleigh-Jeansova formula
(dobra za velike valne duljine;
veliko neslaganje u ultraljubičastom
području=ultraljubičasta katastrofa)

$$f_{ct}(\lambda, T) = \frac{2\pi c}{\lambda^4} \overline{E} = \frac{2\pi c}{\lambda^4} kT$$

◆ Ni jedna ni druga formula ne mogu reproducirati čitav spektar.

- **!!! Jeans-Rayleighov i Wienov rezultat nisu u skladu s eksperimentom, ali ne zato što se u izvodu potkrala neka greška, već zato što klasična fizika svojim zakonima ne može objasniti sve pojave u prirodi.**

Sažetak (4)

◆ Planckov zakon zračenja za crno tijelo:

- Max Planck je 14. prosinca 1900. održao predavanje Društvu njemačkih fizičara izводеći novi zakon zračenja uz "čudnu" hipotezu da harmonički oscilator mijenja svoju energiju samo u određenim obrocima, **kvantima energije $h\nu$** , gdje je ν frekvencija titranja, a h nova prirodna konstanta koja će kasnije biti nazvana ***Planckovom konstantom***.
- Uz ovu hipotezu Planck je izveo novi izraz za spektralnu gustoću $f_{ct}(\lambda, T)$ koji se izvrsno slagao s eksperimentalnim podacima:

$$f_{ct}(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$$

- Iz Planckove formule mogu se, u različitim granicama, dobiti svi rezultati klasične fizike (vidjeti stranicu 22).

Sažetak (5)

- ◆ Fotoelektrični efekt: Pojava da metali zbog utjecaja elektromagnetskih valova (svjetlosti) emitiraju elektrone.
 - Problemi:
 - ◆ kinetička energija izbijenih elektrona ne zavisi o **intenzitetu** svjetlosti, nego o njenoj **frekvenciji**.
 - ◆ Postoji minimalna (granična) frekvencija svjetlosti ν_g ispod koje ne dolazi do fotoelektričnog efekta.
 - Za objašnjenje ovog efekta potrebna je ideja o kvantnoj prirodi svjetlosti.
 - 1905., A. Einstein objasnio fotoelektrični efekt tako da je svjetlost zorno predočio korpuskulama energije koje brzinama svjetlosti jure kroz prostor: svjetlost iste frekvencije sastoji se od kvanta energije **$h\nu$ - fotona**.
 - Kada foton upada na površinu metala, sudara se s elektronom, predaju mu svu svoju energiju, foton nestaje, apsorbira se, a elektron, ako je dobio dovoljnu energiju može izaći iz metala.
 - Dio energije fotona pritom se troši na oslobađanje elektrona iz metala (izlazni rad **W_i**), tj. na svladavanje energije veze kojom je elektron vezan u metalu, a ostatak se pretvara u kinetičku energiju fotoelektrona:

$$h\nu = W_i + \frac{1}{2}m_e v_{\max}^2; \quad \frac{1}{2}m_e v^2 \leq h\nu - W_i; \quad W_i = h\nu_g$$

Sažetak (6)

◆ Comptonov efekt:

- 1919., Einstein je proširio svoje ideje o kvantima svjetlosti-fotonima predloživši da svaki foton ima količinu gibanja $p=h\nu/c=h/\lambda$.
- 1923., A. Compton napravio je eksperiment koji je dokazao da fotoni, pored energije, imaju i količinu gibanja.
- Pri raspršenju rendgenskog zračenja na elektronima u komadu grafita opazio je da raspršeno zračenje ima dvije komponente: prva ima valnu duljinu kao i upadni snop, a druga malo veću valnu duljinu. Razlika valnih duljina tih dviju komponenti ($\Delta\lambda$) ovisi o kutu raspršenja.
- Shvativši zračenje kao roj fotona ovu pojavu je lako objasniti: pri sudaru fotona i elektrona, foton izgubi dio svoje energije i zato mu se smanji frekvencija, a poveća valna duljina.
- Sudar fotona i elektrona je elastičan. Iz zakona očuvanja energije i očuvanja količine gibanja dobije se izraz za promjenu valne duljine:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \vartheta) = \frac{2h}{m_e c} \sin^2 \frac{\vartheta}{2}, m_0 - \text{masa elektrona}$$

- Činjenicu da u raspršenom snopu postoji komponenta nepromijenjene valne duljine objašnjavamo raspršenjem fotona na atomu kao cjelini (umjesto m_0 u gornju relaciju uvrstimo masu atoma koja je za nekoliko redova veličine veća od mase elektrona pa je i promjena valne duljine za nekoliko redova veličine manja).

Pitanja za provjeru znanja

- ◆ **Skicirajte spektar zračenja crnog tijela, navedite Stefan-Boltzmannov i Wienov zakon, što je ultraljubičasta katastrofa (obavezno).**
- ◆ **Ukratko objasnite Planckov zakon zračenja crnog tijela (obavezno).**
- ◆ **Ukratko objasnite fotoelektrični efekt i Comptonov efekt (obavezno).**
- ◆ Objasnite problem zračenja crnog tijela i kako je riješen Planckovom hipotezom o kvantiziranosti zračenja?
- ◆ Objasnite fotoelektrični efekt: koji su problemi sa tumačenjem fotoefekta u klasičnoj fizici, te kako je Einstein objasnio fotoefekt?
- ◆ Objasnite Comptonov efekt.