



Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje

Studij računarstva

Fizika 2

Auditorne vježbe – 12

Kvatna priroda svjetlosti

Ivica Sorić

(Ivica.Soric@fesb.hr)

Bohrovi postulati

- ♦ Elektron se kreće oko atomske jezgre u kružnim putanjama, pod djelovanjem privlačne kulonske sile, a u skladu s Newtonovim zakonima gibanja.
- ♦ Dopuštene su samo one kružne staze za koje moment količine gibanja elektrona može biti cjelobrojni višekratnik od $h/2\pi$, tj. mora biti:

$$L = mvr = n \frac{h}{2\pi}, \quad \text{za } n = 1, 2, 3, \dots$$

- ♦ Gibajući se dopuštenom putanjom (stacionarno stanje), elektron ne zrači energiju.
- ♦ Sve dok je elektron vezan u atomu može primiti samo iznose energije koji su jednaki razlici energija između dva stacionarna stanja.
- ♦ Elektron spontano prelazi iz stanja više energije (pobuđenog stanja) u stanje niže energije i pri tome emitira kvant svjetlosti energije.

$$h\nu = E_n - E_m$$

Vodikov atom – Energijska stanja

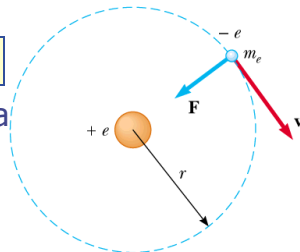
$$m \frac{v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} \quad \text{i} \quad L = n \frac{h}{2\pi}$$

$$r = n^2 \frac{h^2 \epsilon_0}{m \pi e^2}$$

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{2r} + \left(-\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}\right)$$

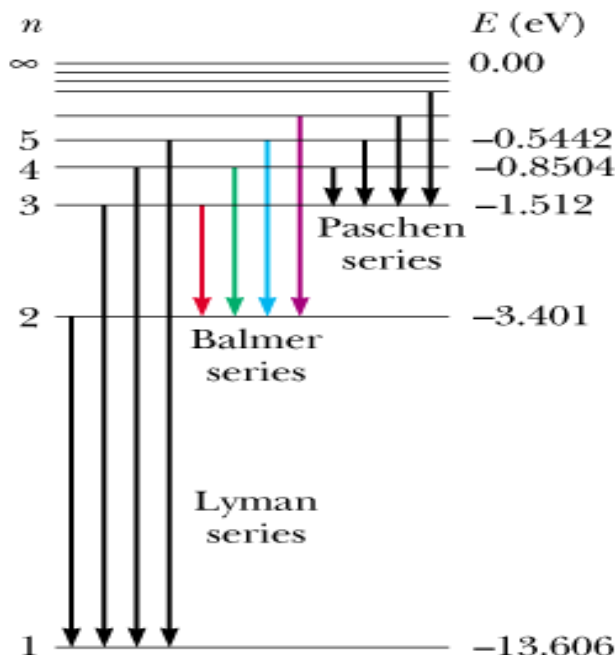
$$n = 1 \quad r = 0,53 \times 10^{-10} \text{ m}$$

Polumer atoma vodika



$$E_n = -\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2} = -\frac{13,6 \text{ eV}}{n^2}, \text{ za } n = 1, 2, 3, \dots$$

m – masa elektrona



Energija ionizacije – energija koju treba utrošiti da se elektron koji se nalazi u stabilnom (osnovnom) stanju otrgne iz atoma:

$$E_\infty - E_1 = 0 - (-13,6 \text{ eV}) = 13,6 \text{ eV}$$

Primjer 1

- ◆ Kvant svjetlosti energije 10 eV izbacuje elektron iz druge staze vodika. Nađite brzinu elektrona koji napušta atom.

- ◆ Rješenje: $v = 1,52 \times 10^6 \text{ m/s}$

Primjer 3

◆ Izračunajte brzinu i kinetičku energiju elektrona u:

- a) prvoj Bohrovoj orbiti ($n = 1$),
- b) drugoj Bohrovoj orbiti ($n = 2$).

◆ Rezultati: a) $v_1 = 2,18 \times 10^6 \text{ m/s}$, $E_1 = 13,6 \text{ eV}$ b) $v_2 = 1,09 \times 10^6 \text{ m/s}$, $E_2 = 3,4 \text{ eV}$

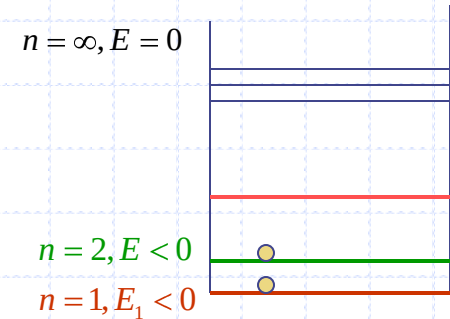
Primjer 4

- ◆ Izračunajte kinetičku, potencijalnu i ukupnu energiju atoma vodika (Bohrov model) u prvom pobuđenom stanju. Izračunajte valnu duljinu fotona emitiranog pri prijelazu iz prvog pobuđenog stanja u osnovno stanje.

- ◆ Rezultati: $E_k = 3,40 \text{ eV}$; $E_p = -6,80 \text{ eV}$; $E = -3,40 \text{ eV}$; $\lambda = 122 \text{ nm}$.

Primjer 5

- ◆ Izračunajte temperaturu plina kod koje će prosječna kinetička energija molekula plina biti dovoljna za pobuđenje vodikova atoma iz osnovnog stanja u prvo pobuđeno stanje.



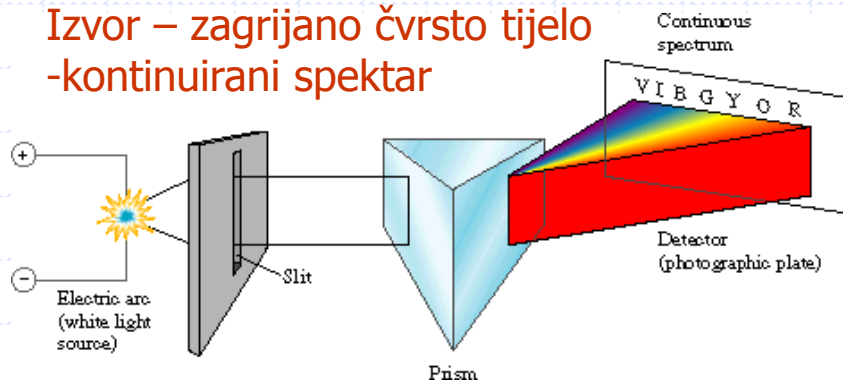
$$1\text{eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ AsV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$k = 1.380658 \times 10^{-23} \text{ J/K} = 1.380658 \times 10^{-23} \times (1/1,6 \times 10^{-19} \text{ eV/J}) = 8,63 \times 10^{-5} \text{ eV/K}$$

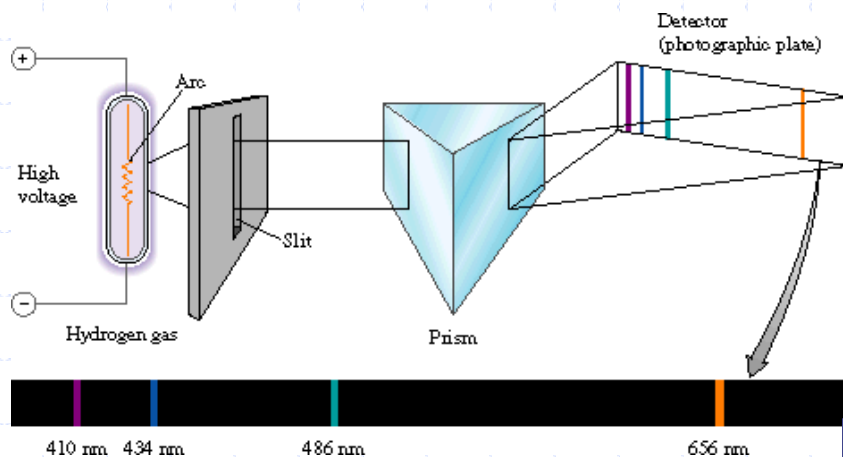
- ◆ Rješenje: $T > 78913 \text{ K}$

Linijski spektri

Izvor – zagrijano čvrsto tijelo
-kontinuirani spektar



Razrijeđeni plin vodika – linijski spektar



$$R = 1,097 \times 10^7 \text{ m}^{-1} \quad \text{Rydbergova konstanta}$$

Lymanova serija

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 2, 3, 4, \dots$$

Balmerova serija

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 3, 4, 5, \dots$$

Pashenova serija

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 4, 5, 6, \dots$$

Brackettova serija

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 5, 6, 7, \dots$$

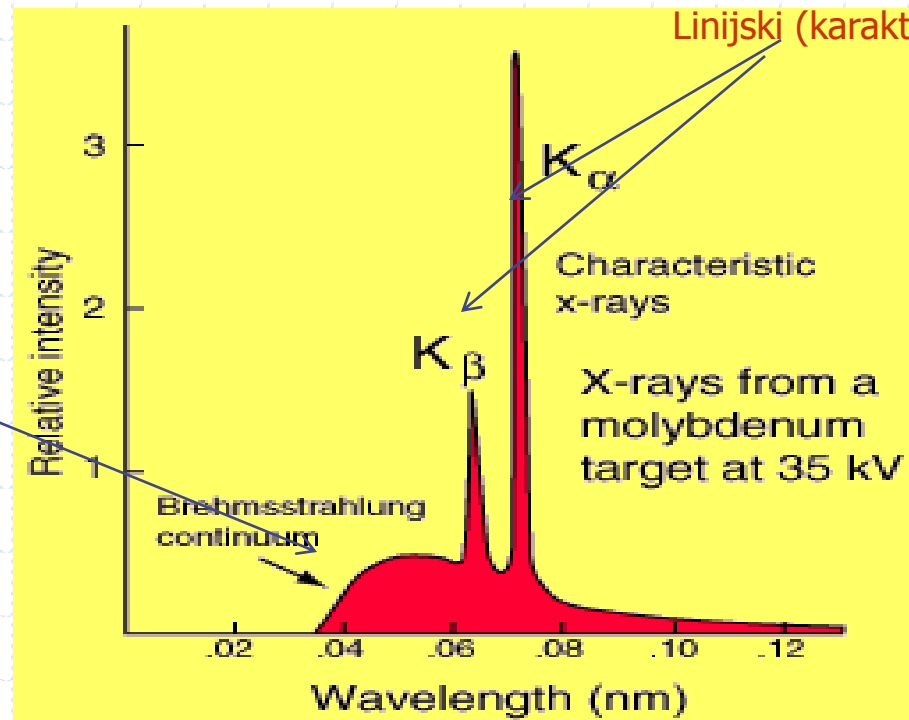
Općenita relacija

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = m+1, m+2, m+3, \dots$$

Spektar rendgenskog zračenja

- ◆ Spektar rendgenskih zraka ovisi o energiji elektrona (naponu rendgenske cijevi) i o materijalu mete u koju udaraju elektroni. Razlikuju se dvije vrste spektra:
 - kontinuirani spektar, odrezan i ovisi samo o naponu rendgenske cijevi
 - linijski (karakteristični) ovisi o materijalu mete u koju udaraju elektroni (anodi rendgenske cijevi)

Kontinuirani spektar je odrezan, nema valnih duljina kraćih od λ_g .



Moseleyev zakon za karakteristični X-spektar

- ◆ Moseley 1913 uočio da su frekvencije karakterističnih X-zraka proporcionalne kvadratu rednog broja. Prikazavši kvadratni korijen izmjerenih karakterističnih frekvencija $\sqrt{\nu}$ u ovisnosti o rednom broju Z anode rendgenske cijevi dobio lineranu ovisnost o Z .

- ◆ Empirički je došao do zakonitosti za K_{α} :

$$\nu = \frac{3}{4} cR(Z - 1)^2$$

- ◆ K-serija

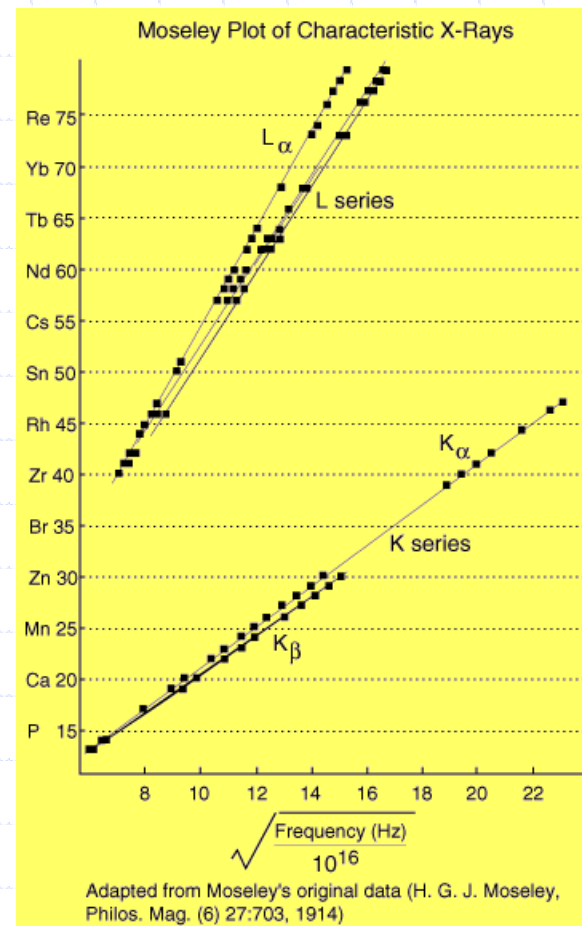
$$\nu_{\alpha} = cR(Z - 1)^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right)$$

$$\nu_{\beta} = cR(Z - 1)^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2} \right)$$

- ◆ L-serija

$$\nu = cR(Z - 7,4)^2 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad m = 3,4,5,\dots$$

- ◆ Linijski spektar rendgenskog zračenja za dani element isti je bez obzira na to je li element u čvrstom, tekućem ili plinovitom stanju ili se nalazi u nekom kemijskom spoju



Primjer 6

- ◆ Balmerova serija za vodikov atom odgovara prijelazima elektrona u prvo pobuđeno stanje ($n = 2$). Izračunajte:
 - a) Najdulju valnu duljinu fotona emitiranog u toj seriji i odredite njegovu energiju.
 - b) Najkraću valnu duljinu fotona emitiranog u toj seriji.

◆ Rezultati: a) $\lambda_{\max} = 656,3 \text{ nm}$; $E = 1,89 \text{ eV}$; b) $\lambda_{\min} = 364,6 \text{ nm}$

Primjer 7

◆ Hipotetički atom ima tri energijske razine: osnovno stanje, 1,00 eV i 3,00 eV iznad osnovnog stanja.

a) Izračunajte frekvencije i valne duljine spektralnih linija koje taj atom može emitirati kada se pobudi.

b) Koje valne duljine atom može apsorbirati ako se nalazi u osnovnom stanju?

◆ Rezultati: a) $2,42 \times 10^{14}$ Hz; $4,84 \times 10^{14}$ Hz; $7,25 \times 10^{14}$ Hz; 1240 nm, 620 nm, 414 nm,
b) 1240 nm, 414 nm.

Primjer 8

- ◆ Izračunati kratkovalnu granicu kontinuiranog spektra rendgenskih zraka ako je rendgenska cijev priključena na napon od 80 kV.

- ◆ Rješenje: $\lambda_g = 15,5 \text{ pm}$

Primjer 9

- ◆ Izračunajte valne duljine linija K_α i L_α rendgenskog zračenja srebra ($Z = 47$) i volframa ($Z = 74$). Kolika je razlika energije fotona K_α i L_α ?

- ◆ Rezultati:
srebro: $K_\alpha = 5,74 \times 10^{-11} \text{ m}$, $L_\alpha = 4,19 \times 10^{-10} \text{ m}$, $\Delta E = 18,62 \text{ keV}$; volfram: $K_\alpha = 2,28 \times 10^{-11} \text{ m}$, $L_\alpha = 1,48 \times 10^{-10} \text{ m}$, $\Delta E = 46,03 \text{ keV}$;

Primjer 10

- ◆ Odredite minimalnu vrijednost napona na rendgenskoj cijevi koji je potreban da nastanu sve K linije ako je anoda od srebra ($Z=47$).

- ◆ Rješenje: $U=28,8 \text{ kV}$

Ponavljanje – Fizika lasera

- ◆ Laserka svjetlost nastaje **stimuliranom emisijom fotona**.
- ◆ Upadni foton energije $h\nu = E_x - E_0$ može stimulirati emisiju fotona iste frekvencije pri prijelazu iz stanja više energije (E_x) u osnovno stanje (E_0). **Upadni i emitirani foton su identični, i tvore lasersku svjetlost.**
- ◆ Za dobijanje laserske svjetlosti potrebno je ostvariti **inverziju naseljenosti** energijskih razina.
- ◆ Pri **termičkoj ravnoteži** (na temperaturi T), broj atoma na višoj energijskoj razini (N_x) je uvijek manji od broja atoma u osnovnom stanju (N_0). Njihov odnos dan je relacijom:

$$N_x = N_0 e^{-(E_x - E_0)/kT}$$

- ◆ Stoga zaključujemo da je za ostvarenje inverzije naseljenosti potreban **poseban fizikalni mehanizam** (vidjeti predavanja!).

Primjer 11

- ◆ U helij-neonskim laserima, laserska svjetlost je emitirana pri prijelazu između dva pobuđena stanja neonskog atoma. Međutim, u mnogim laserima, laserska svjetlost se emitira pri prijelazu iz prvog pobuđenog stanja u osnovno stanje.
 - a) Razmotrite laser koji emitira svjetlost valne duljine $\lambda=550$ nm. Ako nije realizirana inverzija naseljenosti energijskih nivoa, koji je omjer broja elektrona u pobuđenom stanju E_x i broja elektrona u osnovnom stanju E_0 , na sobnoj temperaturi (293 K)?
 - b) Kolika bi temperatura bila potrebna za postizanje omjera $N_x/N_0=1/2$?

◆ Rezultat: a) $N_x/N_0 \approx 1,7 \cdot 10^{-39}$, b) $T = 37\,741$ K.

Primjer 12

◆ Aktivni volumen lasera napravljenog od GaAlAs je samo $200 \mu\text{m}^3$ (manje od zrna pijeska). Svejedno, ovakav laser može kontinuirano davati svjetlost valne duljine od $0,80 \mu\text{m}$ snagom od $5,0 \text{ mW}$. Koliko fotona u jedinici vremena se pri tom stvara?

◆ Rezultat: $2,0 \cdot 10^{16}$ fotona/s.