

Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje

Razlikovni studiji (910/920/930/940)

Fizika 2

Predavanje 13

Atomska jezgra. Valovi materije.
Osnove kvantne mehanike

Dr. sc. Damir Lelas

(Damir.Lelas@fesb.hr)

Danas ćemo raditi

V. Henč-Bartolić i P. Kulišić: "Valovi i Optika", poglavlje 10 & 11

◆ Atomska jezgra

- Nuklearne reakcije
- Fisija
- Fuzija

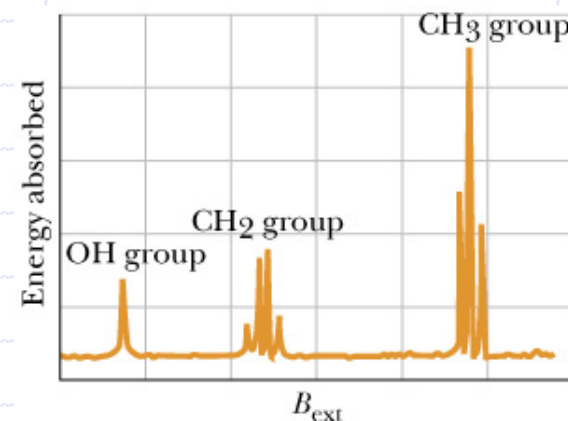
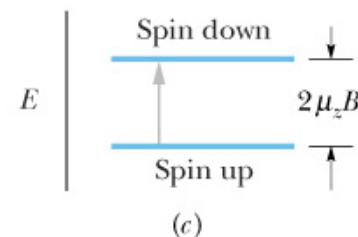
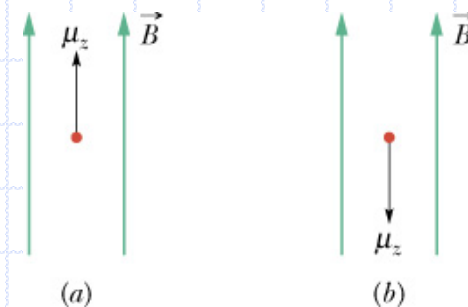
◆ Dualna priroda čestica

- Valna priroda tvari
- Valovi materije

◆ Osnove kvantne mehanike

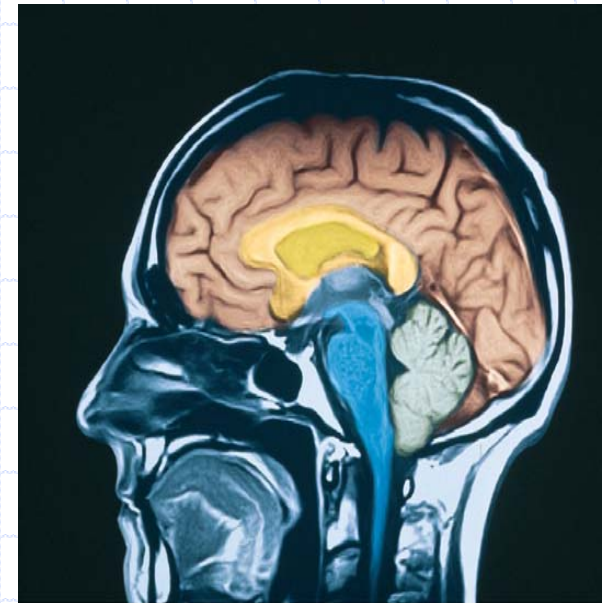
Nuklearna magnetska rezonancija (NMR)

- ◆ Proton zbog svog spina ($s=1/2$) ima, kao i elektron, magnetski dipolni moment $\vec{\mu}$, koji je zbog pozitivnog naboja protona paralelan sa spinom protona.
 - ◆ Kad se proton nađe u vanjskom polju $\vec{B}$ duž z-osi, magnetski dipolni moment μ ima dvije moguće orijentacije: $+\mu_z$ – paralelan s vanjskim poljem ili $-\mu_z$ – antiparalelan s vanjskim poljem.
 - ◆ Potencijalna energija magnetskog dipola u vanjskom polju je: $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$
 - ◆ Postoje dvije energijske razine, a razlika između ta dva stanja je: $\Delta E = \mu_z B - (-\mu_z B) = 2\mu_z B$
 - ◆ Proton može skočiti iz stanja niže energije u stanje više energije apsorpcijom fotona: $h\nu = 2\mu_z B$
 - ◆ Takvu apsorpciju zovemo nuklearna magnetska rezonancija.
 - ◆ Rezonantna frekvencija ovisi o ukupnom magnetskom polju u kojem se nalazi proton, a ukupno magnetsko polje čini vanjsko magnetsko polje i lokalno polje okolnih elektrona i jezgri.
- Tako da proton u molekulama OH, CH₂ i CH₃ ima različite NMR frekvencije.

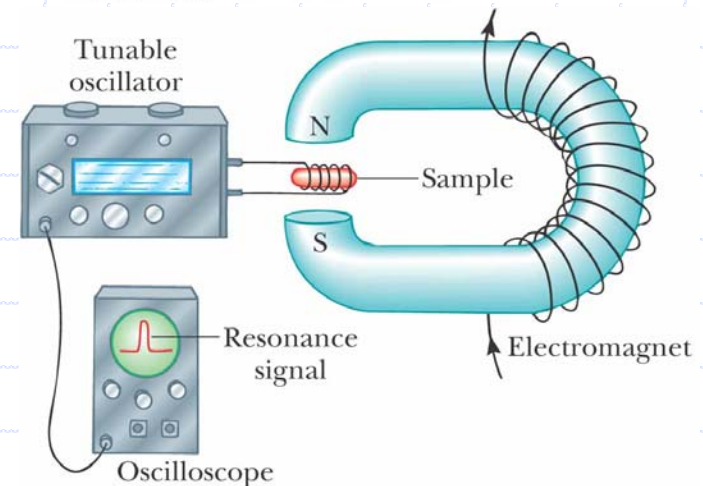


Medicina -NMR

- ◆ MRI (Magnetic Resonance Imaging) se temelji na pojavi NMR- nuklearne magnetske rezonancije.
- ◆ Gotovo 2/3 atoma u ljudskom tijelu čine atomi vodika tj. protoni.
- ◆ Protoni u različitim tkivima ljudskog tijela se nalaze u različitim lokalnim magnetskim poljima.
- ◆ Kad se tijelo, ili dio tijela, nađe u snažnom vanjskom magnetskom polju, ova razlika u okolnom tkivu se očituje u različitim nuklearnim rezonantnim frekvencijama.
- ◆ Nuklearna rezonantna frekvencija protona je vrlo osjetljiva na lokalno magnetsko polje, koja se relativno lako može izmjeriti i uz pomoć računala definirati položaj protona odgovarajuće rezonantne frekvencije, te tako rekonstruirati oblik tkiva koje proizvode isto/različito lokalno magnetsko polje.

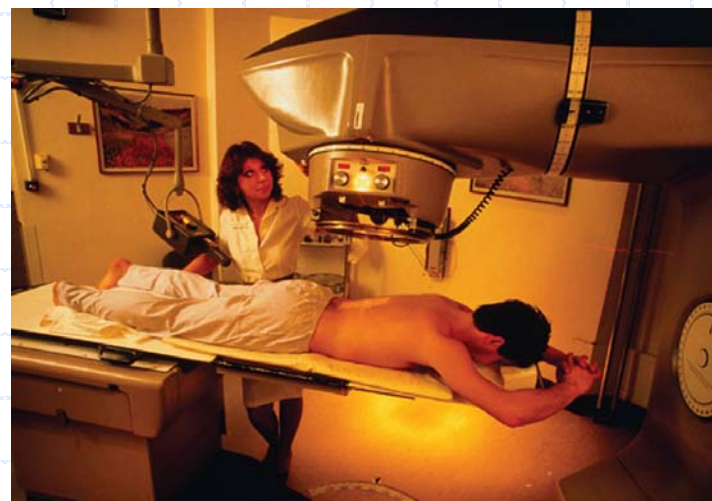
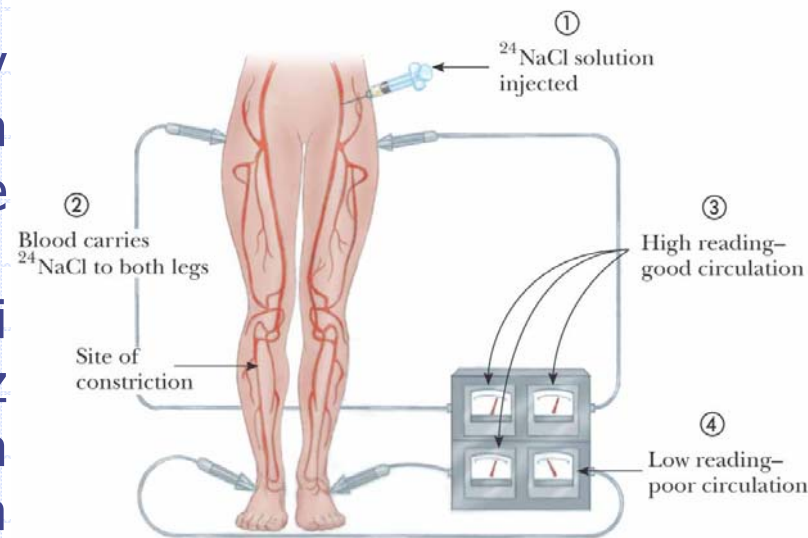


© 2004 Thomson - Brooks/Cole



Primjena zračenja

- ❑ Pacijent popije radioaktivni natrijev jodid ^{131}I (umjetno proizveden) za provjeriti funkcioniranje tiroidne žljezde (štitnjače).
- ❑ Dva sata kasnije se izmjeri radioaktivnost u području vrata, iz čega se zaključuje koliko još ima joda u žlezdi i tako provjerava njena funkcionalnost.
- ❑ Radioaktivni natrij se ubrizga u nogu.
- ❑ Vrijeme u kojem radioizotop stigne do drugih dijelova tijela se mjeri pomoću radioaktivnog izbroja i tako se daje uočiti moguća prisutnost zakrčenja u krvožilnom sustavu.

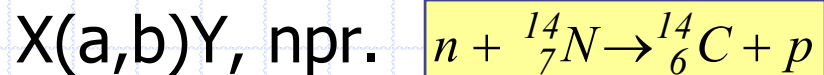


© 2004 Thomson - Brooks/Cole

Nuklearne reakcije

◆ **Nuklearna reakcija** je proces interakcije između jezgre i neke elementarne čestice ili druge jezgre u kojem se jezgra transformira, mijenja joj se struktura.

◆ Jezgra meta ***X*** se bombardira projektilom ***a*** i rezultat reakcije je jezgra ***Y*** i izlazna čestica (ili jezgra) ***b***:



◆ ***Q-vrijednost reakcije***, energija koja se oslobodi ili apsorbira u reakciji je:

$$Q = (M_a + M_X - M_Y - M_b)c^2$$

- $Q > 0$ egzoergična reakcija, oslobađa se energija.
- $Q < 0$ endoergična reakcija, da bi nastala reakcija projektil mora imati određeni minimalni iznos energije – energija praga reakcije.

Temeljni fizikalni princip – dobivanje energije

- ◆ Na istom fizikalnom principu se temelji dobivanje energije izgaranjem drva, ugljena, nafte, odnosno izgaranjem nuklearnog goriva u procesima koje zovemo fisija i fuzija.
- ◆ Prilikom izgaranja drva ili ugljena dolazi do preraspodjele vanjskih elektrona u atomima ugljika i kisika u stabilniju konfiguraciju, u konfiguraciju u kojoj su elektroni jače vezani. Masa molekule drva ili ugljena je veća od ukupne mase molekula i atoma koji nastaju nakon izgaranja. Masa se smanjila za određeni iznos Δm .
- ◆ Isto tako je masa jezgre urana veća od mase jezgri koje nastaju u fisijskom procesu jer su nukleoni u jezgrama produkata fisije (cijepaju) raspoređeni u stabilniju konfiguraciju.
- ◆ Slično je i kod procesa fuzije, ukupna masa jezgara koje se fuziraju (spajaju) veća su od mase jezgre koja nastaje fuzijom.
- ◆ I kod izgaranja atoma (kemijski procesi: izgaranje drva, ugljena) i kod izgaranja nuklearnog goriva, energija koja se oslobodi pri jednom procesu atomskog odnosno nuklearnog izgaranja je $Q = \Delta mc^2$,
- ◆ U načelu, jedina bitna razlika između izgaranja atoma i izgaranja jezgre je u količini energije koja se oslobodi pri jednom procesu izgaranja. Kod izgaranja na atomskoj odnosno molekularnoj razini oslobodi se u jednom procesu **nekoliko eV** a kod jednog procesa fisije ili fuzije oslobodi se **nekoliko milijuna eV**.
- ◆ Sila koja drži nukleone na okupu u jezgri je nekoliko milijuna puta jače od Coluombove sile koja drži elektrone vezane za jezgru atoma.

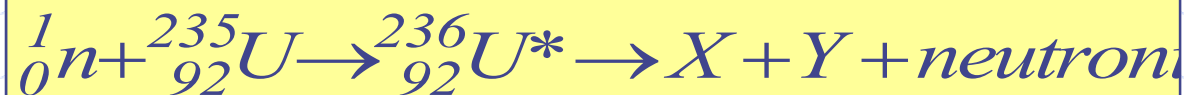
Energija iz 1 kg goriva i različitih procesa

- ◆ Tablica prikazuje različite procese generiranja energije koristeći 1 kg tvari, izražene vremenskim intervalom napajanja 1 žarulje snage 100 W.

Tvar (m= 1kg)	Proces	Vrijeme
voda	slobodni pad s 50 m	5 s
ugljen	izgaranje	8 sati
Obogaćeni UO_2	fisija u reaktoru	690 godina
^{235}U	fisija	3×10^4 godina
deuterija	fuzija	3×10^4 godina
materija- antimaterija	anihilacija	3×10^7 godina

Model nuklearne fisije

- ◆ Jezgra urana apsorbira neutron i nastaje jezgra $^{236}\text{U}^*$ u pobuđenom stanju koja živi 10^{-12} sekundi, a nakon toga se raspada na dvije jezgre X i Y (fisijski fragmenti) i 2-3 neutrona:

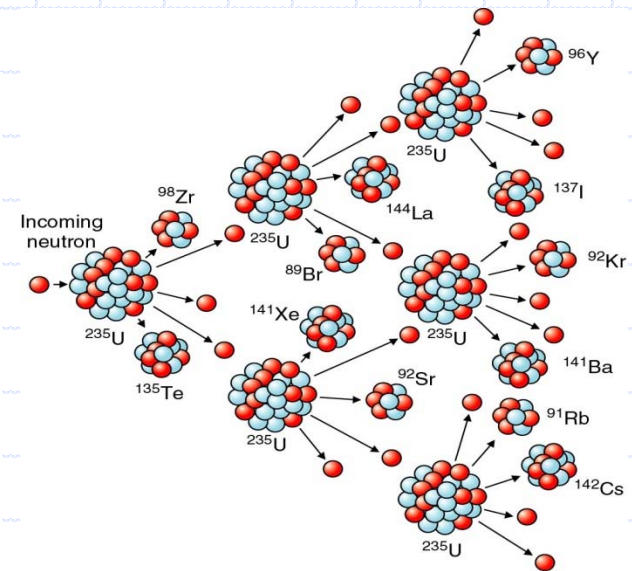
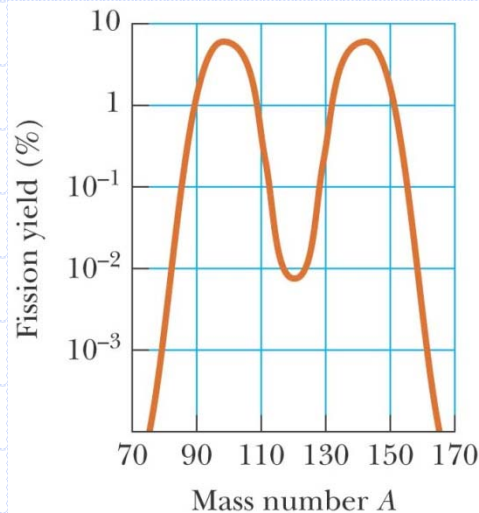
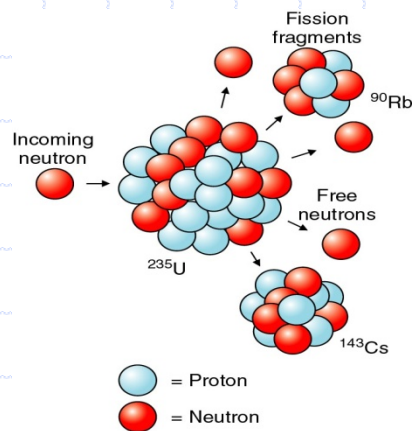


- ◆ Energija vezanja po nukleonu za teške jezgre je oko 7,2 MeV, a za jezgre srednje mase je oko 8,2 MeV.
- ◆ Stoga se u fisijskom procesu oslobodi 1 MeV energije po nukleonu, a kako je ukupan broj nukleona oko 200, to se u jednom fisijskom procesu oslobodi oko 200 MeV energije.



Nuklearna fisija

- ◆ Neutroni (neutralne čestice) su vrlo pogodni projektili za bombardiranje jezgre jer ne osjećaju odbojnu električnu silu kad su blizu jezgre.
- ◆ Kad se jezgra ^{235}U bombardira sporim neutronima događa se fisija, jezgra urana se raspada na dvije lakše jezgre i 2-3 neutrona i pri tome se oslobađa energija od oko 200 MeV.
- ◆ Neutroni nastali fisijom mogu izazvati novu fisiju, te može doći do nekontrolirane lančane reakcija (atomska bomba) ili do kontrolirane lančane reakcije – nuklearni reaktor.



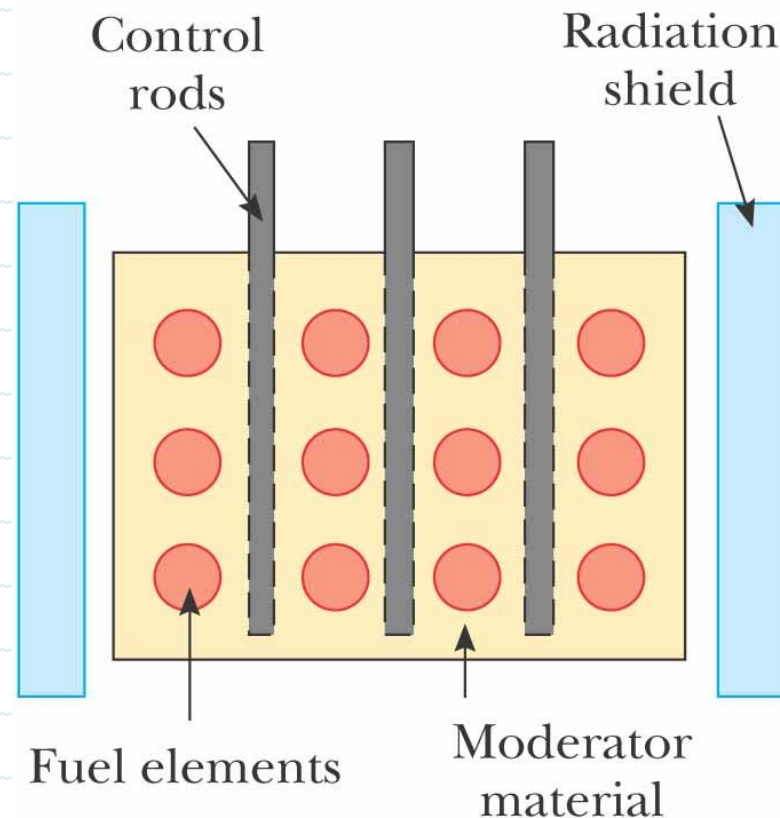
◆ <http://lectureonline.cl.msu.edu/~mmp/applist/chain/chain.htm>

Nuklearni reaktor

- ◆ Nuklearni reaktor je sistem dizajniran za samoodrživu fisijsku reakciju.
- ◆ Definira se parametar K – neutronske prinos, kao srednji broj neutrona iz svakog fisijskog procesa koji su izazvali novi fisijski proces.
 - Maksimalna vrijednost K za fisiju urana je 2.5
 - ◆ u praksi, $K < 2,5$
 - $K = 1$ – samoodržavajuća fisijska reakcija (kritični reaktor)
 - $K < 1$ – fisija zamre, podkritični reaktor
 - $K > 1$ – lančana reakcija (nadkritični reaktor)
- ◆ Kontrolom neutronske prinosa kontrolira se broj neutrona, koriste se štapovi od kadmija koji se uvlače u reaktorsku jezgru i apsorbiraju neutrone.
- ◆ Moderator su supstance koje služe za usporavanje neutrona jer samo termalni (spori) neutroni mogu izazvati fisiju ^{235}U .
- ◆ Dobar moderator je voda (neutron se sudari s jezgrom vodika u vodi), a ujedno i fluid koji se grije i prenosi toplinu do parne turbine.

Fisijsko gorivo

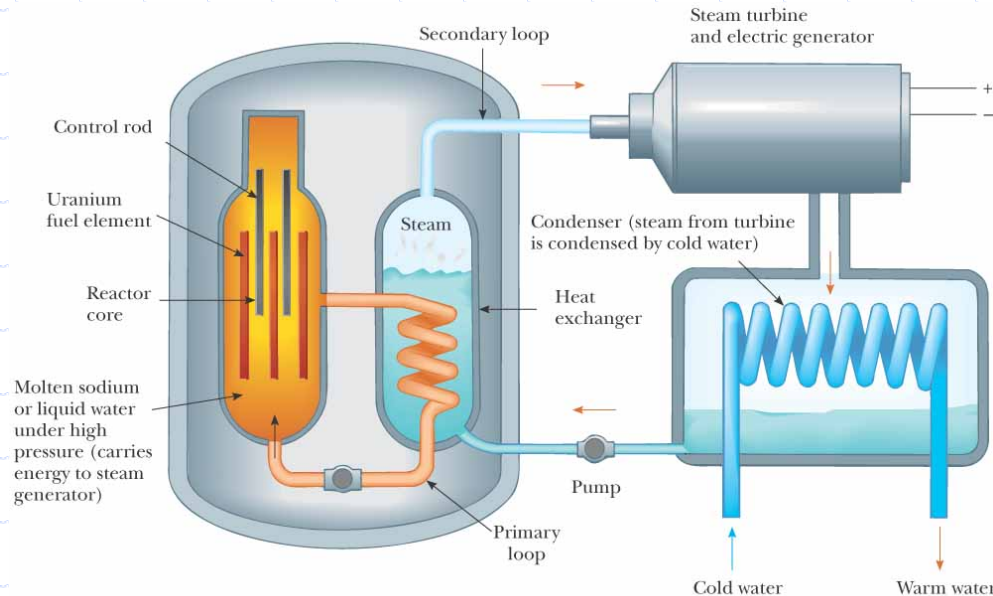
- ♦ Većina reaktora danas koristi uran kao fisijsko gorivo u formi uranovog oksida UO_2
 - Prirodni uran sadrži 99.3% ^{238}U i 0.7% ^{235}U
 - ♦ ^{238}U nije podložan fisiji termalnim, sporim neutronima
 - Da bi se prirodni uranov dioksid UO_2 mogao koristiti kao fisijsko gorivo potrebno je povećati koncentraciju ^{235}U do nekoliko postotaka – to je tzv. obogaćivanje urana.



©2004 Thomson - Brooks/Cole

Nuklearna elektrana

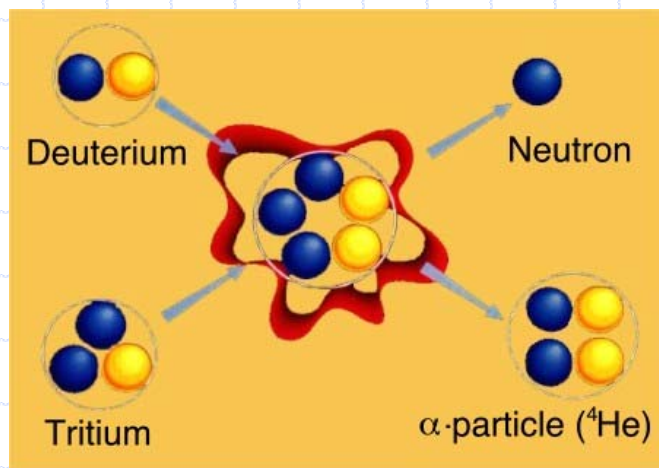
- ◆ Nuklearna elektrana je u stvari termoelektrana, energija oslobođena u nuklearnom reaktoru koji radi u režimu kontrolirane lančane reakcije, se koristi za proizvodnju pare koja pokreće turbinu električnog generatora.
- ◆ Fisija se drži pod kontrolom kontrolirajući broj neutrona u nuklearnom reaktoru.



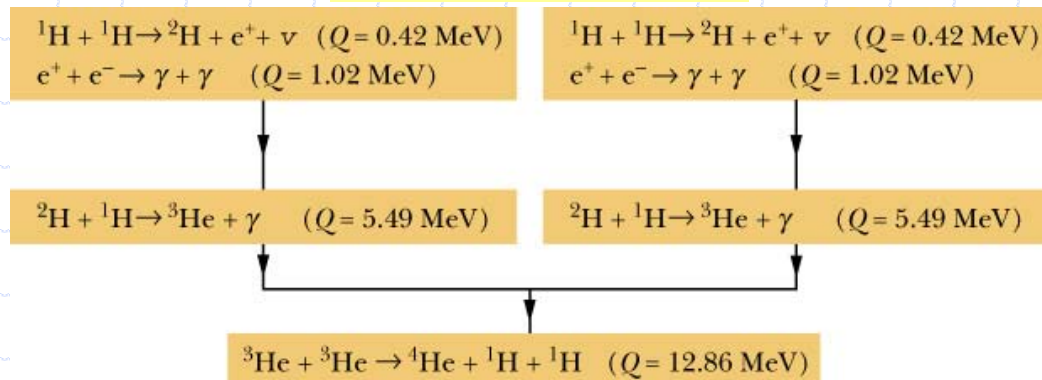
Nuklearno gorivo je ^{235}U , kojeg ima samo 0,7% u prirodnom uranu, ostalo je ^{238}U koji nije fisibilan termalnim neutronima. Potrebno je obogaćivanje ^{235}U do razine od 3% - tehnološki zahtjevan proces.

Fuzija

- ◆ Kad se dvije lakše jezgre spoje u težu jezgru oslobađa se energija-fuzija.
- ◆ Problem je kako jezgrama dati dovoljno kinetičke energije da prevladaju odbojnu električnu silu.
- ◆ U unutrašnjosti Sunca, temperatura je oko $1,5 \times 10^7$ K, te je srednja kinetička energija na ovoj temperaturi dovoljna da nadvlada odbojnu nuklearnu silu - **termonuklearna fuzijska reakcija**.



proton-proton ciklus fuzije na Suncu



fuzijske reakcije koje
su pogodne za korištenje
u fuzijskom reaktoru

Primjer – fuzija (Coulombova barijera)

◆ Pretpostavimo da je proton sfera radijusa $R=1$ fm. Dva protona iste kinetičke energije lete jedan prema drugom.

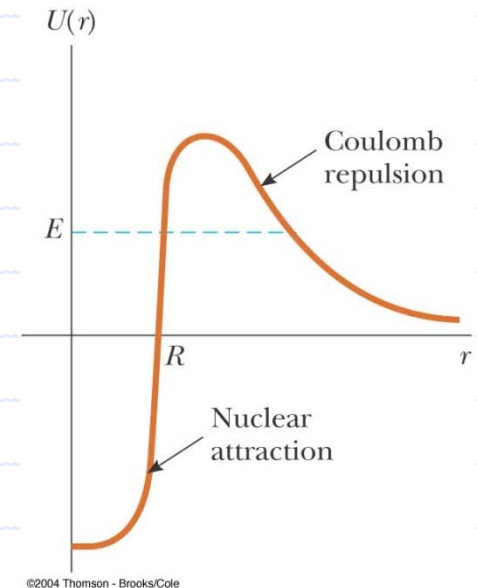
a) Kolika mora biti kinetička energija protona da bi nadvladala odbojnu Coulombovu silu baš kad se protoni dodiruju?

$$2E_k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{2R} \quad E_k = \frac{(1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C})^2}{16\pi(8,85 \cdot 10^{12} \text{ F/m})(1 \cdot 10^{-15} \text{ m})}$$
$$= 5,75 \cdot 10^{-14} \text{ J} = 360 \text{ keV} \approx 400 \text{ keV}$$

b) Kolika bi trebala biti temperatura plina protona (vodika) da bi srednja kinetička energija protona bila dovoljna da nadvlada Coulombovu barijeru kako bi došlo do fuzije?

$$E_k = \frac{3}{2} kT \rightarrow T = \frac{2E_k}{3k} = \frac{2(5,75 \cdot 10^{-14} \text{ J})}{3(1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K})} = 3 \cdot 10^9 \text{ K}$$

Temperatura na Suncu je $1,5 \times 10^7 \text{ K}$, tako da samo jedan od 10^{26} sudara protona rezultira fuzijom ($p+p \rightarrow d+e^++\nu$) $Q=0.42 \text{ MeV}$.



©2004 Thomson - Brooks/Cole

Pitanja za provjeru znanja

1. Od čega je građena jezgra atoma, što je redni broj i kako se označava, što je maseni broj i kako se označava, što su izotopi, a što izobari (obavezno)?
2. Navedite i objasnite tipove radioaktivnosti (obavezno).
3. Detaljnije objasnite zakon radioaktivnog raspada.
4. Što je energija vezanja jezgre, što je defekt mase i kako su povezane te dvije veličine?
5. Objasnite proces fisije i fuzije.

V. Henč-Bartolić i P. Kulišić: "Valovi i optika", poglavlje 10

◆ Dualna priroda materije

- Valna priroda tvari
- Valovi materije

◆ Osnove kvantne mehanike

Koncept čestice, koncept vala

Čestica

- U jednoj točki prostora može biti samo jedna čestica – čestica je lokalizirana fizikalna pojava
- Čestica se opisuje masom, količinom gibanja
- Klasična fizika razmatra elektron, proton, atome kao čestice, a zvuk i svjetlost kao valove

Val

- Val je nelokalizirana pojava – istovremeno može postojati u svim točkama sredine u kojoj se širi
- U istoj točki prostora može u načelu biti istovremeno beskonačno mnogo valova – što se očituje u interferenciji.

- Postoje pojave koje se jedino mogu protumačiti valnom prirodom svjetlosti, kao i pojave koje se mogu protumačiti samo čestičnom prirodom svjetlosti.
- Valna i čestična priroda se međusobno nadopunjuju.
- Kvantna fizika je teorija koja se temelji na konceptima koji se razlikuju od našeg mišljenja o tome “kakva bi priroda trebala biti”.
- Nerealno je očekivati da pojave u mikrosvijetu možemo dobro opisati pojmovima iz našeg svakodnevnog doživljavanja prirode na makroskopskoj skali.
- Pojave iz mikrosvijeta su vrlo različite od pojava u našem “makrosvijetu”.
- Znamo kako se očituju kvantne pojave, ali imamo problem pri opisu tih pojava.

Valna priroda čestica

- ◆ 1924. godine **de Broglie** u svojoj doktorskoj disertaciji predlože: svakoj čestici s količinom gibanja p pridružena je valna duljina:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Nobelova nagrada za fiziku 1929.



- ◆ De Brogliev princip – Primjer s Interneta:

<http://www.colorado.edu/physics/2000/quantumzone/debroglie.html>

- ◆ **Primjer:** Izračunajte valne duljine

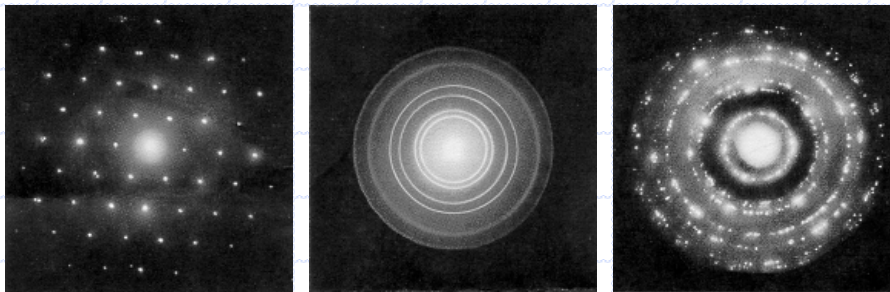
a) jabuke mase 0,13 kg koja se giba brzinom od 5,0 m/s.

b) elektrona kinetičke energije 10,0 eV ($m = 9,11 \times 10^{-31}$ kg)

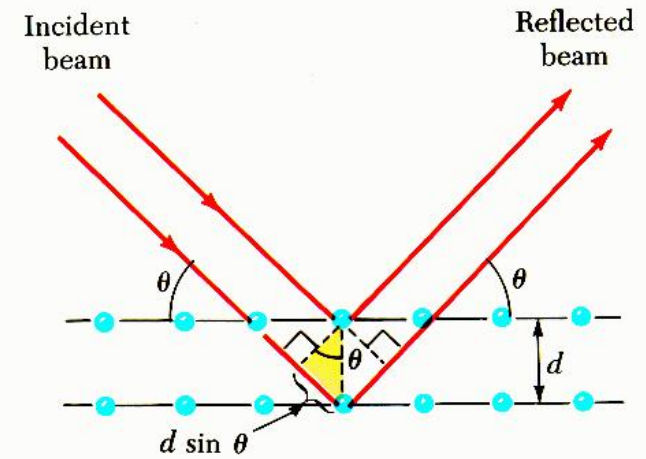
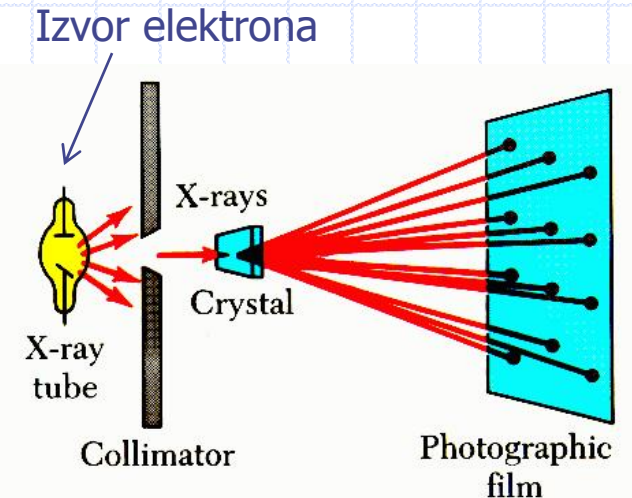
- ◆ Rezultati: a) $1,0 \times 10^{-33}$ m, b) $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_e E_k}} \approx 4 \times 10^{-10}$ m

Valovi materije – eksperimentalna potvrda

- De Broglieva predikcija da postoje valovi materije eksperimentalno je potvrđena 1927., C.J. Davisson i L.H. Germer. Oni su u eksperimentu s difrakcijom elektrona pokazali da je valna duljina elektrona u skladu s de Broglievom relacijom.
- Braggov uvjet za konstruktivnu interferenciju: $2d \sin \theta = n\lambda$
- Difrakcijom čestica (elektrona, neutrona) i X-zraka ispituje se struktura materijala.

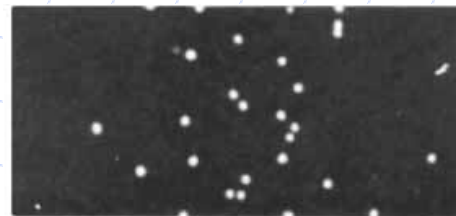
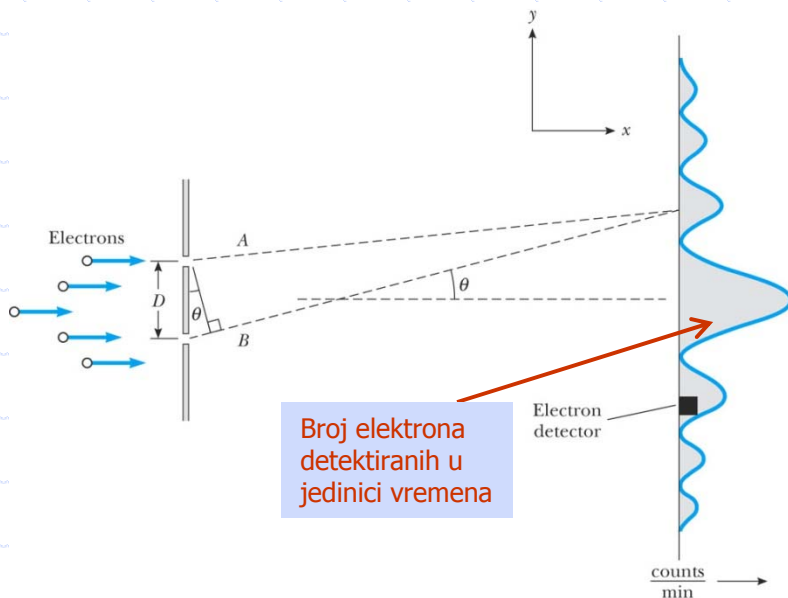


Difrakcija elektrona na aluminiju

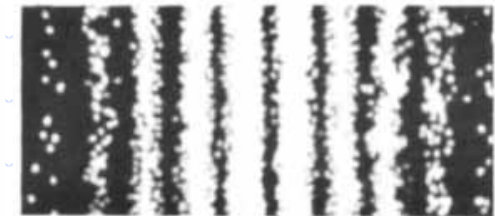


Youngov pokus s elektronima

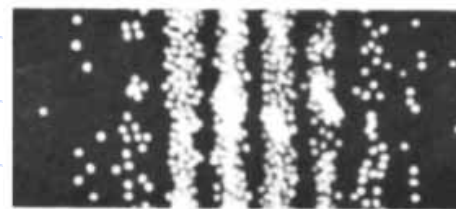
- ◆ Elektroni se šalju jedan po jedan na dvije pukotine i detektiraju se na ekranu koji se nalazi daleko od pukotina (isto kao i kod Youngovog pokusa s dvije pukotine na koje pada svjetlo).
- ◆ Kad elektron pogodi ekran, ekran zasvijetli, zabilježi se položaj elektrona na ekranu.
- ◆ Nakon što se zabilježi položaj nekoliko desetaka tisuća elektrona jasno se uočava ogibni uzorak isti kao i kod valova svjetlosti.
- ◆ Rezultat "interferencije" je vjerojatnost da će elektron ostvariti interakciju na danom mjestu na ekranu. Iako se elektroni detektiraju kao čestice, vjerojatnost da se elektron pojavi na tom mjestu određena je intenzitetom interferencije dva vala materije.



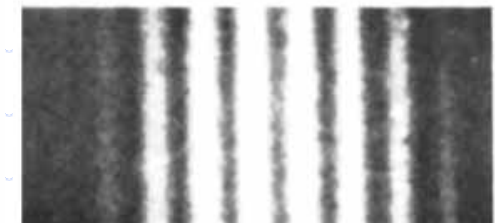
(a) After 28 electrons



(c) After 10 000 electrons



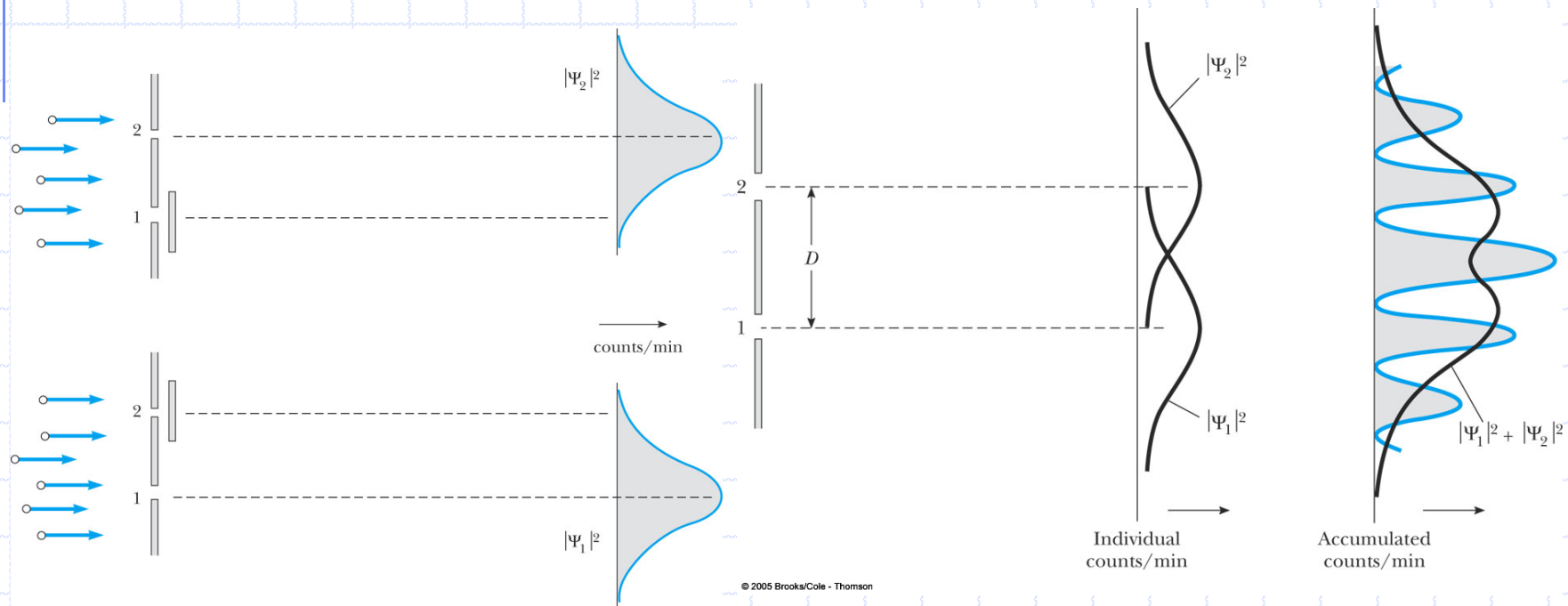
(b) After 1 000 electrons



(d) Two-slit electron pattern

Youngov pokus s elektronima – valovi materije

- ◆ Ako se jedna pukotina prekrije nestaje interferentni uzorak, dobije se simetrična krivulja s maksimumom oko centra otvorene pukotine.
- ◆ Kad se tijekom eksperimenta pola vremena drži zatvorena jedna pukotina, a pola vremena druga pukotina, prikupljeni uzorak razdiobe elektrona na ekranu slijedi krivulju koja se dobije sumom dvije crne krivulje.
- ◆ Kad su otvorene obje pukotine dobije se uzorak razdiobe elektrona na ekranu koji slijedi oblik prikazan plavom, krajnje lijevom krivuljom, a koja je rezultat interferencije.



Dualna priroda svjetlosti i materije

◆ Do sada smo naučili:

- Najprije smo razmatrali **svjetlost kao val** (ogib, interferencija)
- A onda (fotoefekt, Comptonov efekt ...) pokazali da **svjetlost ima i čestičnu prirodu...**
- Prvo smo naučili da je **elektron čestica**
- A onda (de Broglie, Davisson-Germer ...) da **elektron ima i valnu prirodu...**

◆ Zaključak: **svi (mikro)objekti u prirodi imaju istovremeno i čestična i valna svojstva.**

U širenju kroz prostor ponašaju se kao valovi, a u interakciji s tvari kao čestice.

Princip komplementarnosti

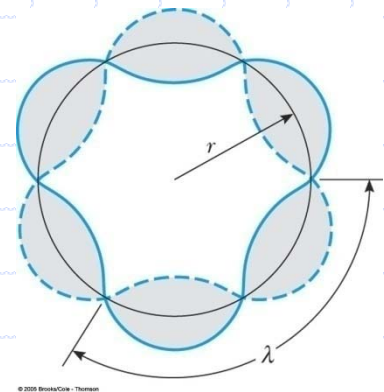
- ◆ Eksperimenti su nedvojbeno potvrdili valnu prirodu elektrona, protona, neutrona, izvedeći pokus sličan Youngovom pokusu u optici.
- ◆ 1994., eksperimentalno je pokazana valna priroda materije s molekulom joda I_2 (500 000 puta teža od elektrona), a 1999. s znatno kompleksnijom strukturom oblika nogometne lopte izgrađene od 60 atoma Co_{60} .
- ◆ Kako veličina objekta raste, dolazimo do granice kad više nije opravdano razmatrati objekt kao val materije jer su valne duljine toliko male da su i maksimumi i minimumi toliko blizu da je interferencijska slika na makroskopskim dimenzijama zanemariva (za nogomet vrijedi klasična fizika, efekti interferencije nogometne lopte sa samom sobom kod izvođenja slobodnog udarca s živim zidom su zanemarivi 😊).
- ◆ Mikroskopske čestice se gibaju kao da su valovi, a izmjenjuju energiju kao da su čestice.
- ◆ U eksperimentu materija ili manifestira svoju valnu prirodu ili svoju čestičnu prirodu nikad istovremeno oboje.
- ◆ Mentalne slike materije kao čestice i vala su dva aspekta jedne te iste pojavnosti. Ta dva aspekta se međusobno nadopunjuju, to je tzv. **princip komplementarnosti kojeg je prvi iznio Bohr 1925.**
- ◆ Čestici pripisujemo energiju E i količinu gibanja p , a valu period T i valnu duljinu λ :

$$ET = p\lambda = h$$

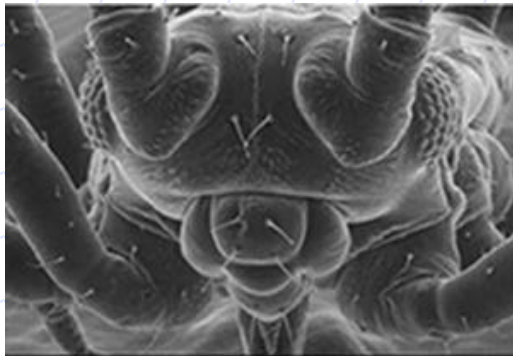
Valovi materije i Bohrov model

- ◆ Stojini val na žici ne prenosi energiju i samo su neke frekvencije moguće, koje proizlaze iz zahtjeva da duljina žice mora biti jednaka cijelom broju valnih poluduljina.
- ◆ Slično tome, Bohr pretpostavlja da elektron koji se nalazi u jednoj od dozvoljenih staza ne zrači energiju i da mu angularni moment ($L = mvr$) mora iznositi cijeli broj $h/2\pi$.
- ◆ Elektron možemo razmatrati kao stojni val materije duž kružne putanje po Bohrovoj stazi.
- ◆ Duž opsega Bohrove staze mora stati cijeli broj valnih duljina:
 $2\pi r = n\lambda = n h/mv \rightarrow mvr = n h/2\pi$

Očito valovi materije prirodno dovode do kvantizacije momenta količine gibanja L kojeg je Bohr uveo "ad hoc".



Elektronski mikroskop



Slika muhe napravljena elektronskim mikroskopom.

Rezolucija optičkih leća ovisi o valnoj duljini svjetlosti koja se koristi. Elektronski mikroskop koristi valno-čestično svojstvo materije i postiže puno bolju rezoluciju nego što je to moguće postići sa svjetlošću.

- ❖ Elektronski mikroskop ovisi o valnim karakteristikama elektrona.
- ❖ Elektronski mikroskop ima veliku moć razlučivanja, jer koristi vrlo male valne duljine elektrona.
- ❖ Tipično, valne duljine elektrona su oko 100 puta kraće od vidljive svjetlosti.

Razvoj stroge kvantne mehanike

- ◆ 1925 pred Božić, E. Schroedinger je saznao za de Borglievu hipotezu ("fus nota" u jednom Einsteinovu članku) i pita se kako bi glasila valna jednađba za valove materije?
- ◆ Schroedingerova jednađba se ne može izvesti niti dokazati. Njen uspjeh počiva na mogućnosti objašnjenja raznih fenomena, koji nisu mogli biti objašnjeni klasičnom fizikom.
- ◆ Schroedinger je tražio valnu jednađbu čija bi rješenja bile valne funkcije koje imaju de Broglieve valne duljine (valovi materije).
- ◆ Kvantizacija energije vezanog sistema je onda posljedica valne jednađbe i određenih ograničenja na val materije Ψ (rubnih uvjeta).
 - Ψ - mora imati samo jednu vrijednost u svakoj točki
 - Ψ - kontinuirana funkcija
 - Ψ - konačna funkcija
- ◆ Ψ - može biti i imaginarna funkcija, **ne može se direktno mjeriti, ne transportira energiju kao fizički valovi Ψ**
- ◆ Ψ - **koji je fizikalni sadržaj ?!**
- ◆ 1926. Max Born predlaže fizikalni sadržaj valne funkcije Ψ - **val vjerojatnosti – koji govori kolika je vjerojatnost nalaženja elektrona na danom mjestu.**

Schrödingerova valna jednačina (I)

- ◆ 1925. Schrödinger nakon božićnih praznika provedenih u švicarskim Alpama, koristeći se de Broglievom idejom dualnosti val-čestica, nalazi jednačinu koja je danas poznata kao **Schrödingerova valna jednačina, a opisuje kako se val materije mijenja u prostoru i vremenu:**

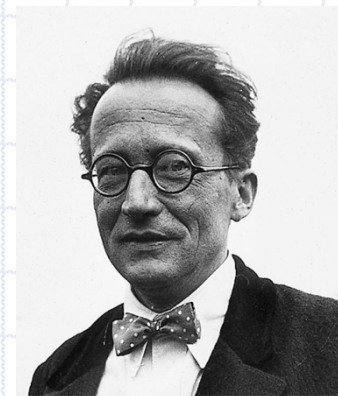
Vremenski nezavisna
Schrödingerova valna
jednačina:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{d^2\psi}{dy^2} + \frac{d^2\psi}{dz^2} \right) + U\psi = E\psi$$

ψ - valna funkcija

U - potencijalna energija čestice mase m , u biti opisuje interakciju između čestice i okoline

E - ukupna energija čestice mase m



Schrödingerova valna jednačina (II)

- ◆ Val materije opisan je valnom funkcijom $\Psi(x,y,z)$ koja se ne može direktno mjeriti.
- ◆ $\Psi(x,y,z)$ ne opisuje prijenos energije i količine gibanja kao što je to slučaj kod mehaničkih valova, iako ima sva matematička svojstva kao i mehanički val: frekvenciju, amplitudu, fazu i slijedi princip superpozicije, tj. postoje efekti interferencije i difrakcije.
- ◆ Fizikalnu interpretaciju valne funkcije dao je 1926. Max Born – **valovi materije su valovi vjerojatnosti, tj. val informacije koji kaže kolika je vjerojatnost nalaženja čestice u određenom kvantnom stanju.**
- ◆ Valna funkcija koja se zove i amplituda vjerojatnosti sadrži sve informacije o čestici $\Psi(x,y,z)$.
- ◆ **$|\Psi(x,y,z)|^2$ – gustoća vjerojatnosti da se čestica nađe u malom volumenu oko točke x,y,z .**
- ◆ Schrödingerova jednačina primjenjena na atom vodika reproducira Bohrov model atoma – kvantni brojevi, **n, l, m_l** , prirodno proizlaze kao rješenje jednačine.

Slobodni elektron – gustoća vjerojatnosti

◆ Slobodni elektron (nikakve sile ne djeluju na elektron), koji se giba duž x-osi, predstavljen je ravnim valom materije $\psi(x) = \psi_0 e^{ikx}$

◆ Gustoća vjerojatnosti – vjerojatnost nalaženja elektrona između x i $x+dx$ je kvadrat valne funkcije elektrona:

$$|\psi(x)|^2 = |\psi_0 e^{ikx}|^2 = |\psi_0|^2$$

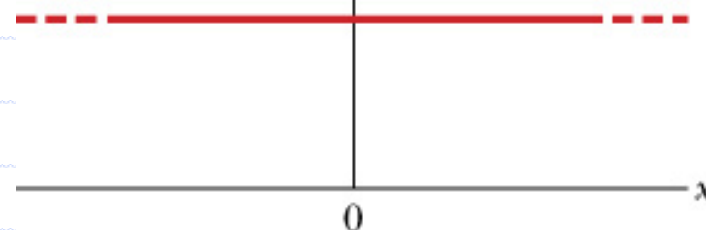
◆ Slobodni elektron se s jednakom vjerojatnošću nalazi u bilo kojoj točki u Svemiru.

◆ Zbog valne prirode materije ne možemo predvidjeti položaj elektrona.

◆ Ako je količina gibanja poznata s apsolutnom preciznošću, nemoguće je precizno definirati položaj čestice.

Gustoća vjerojatnosti $|\psi(x)|^2$ za slobodnu česticu, čija je količina gibanja poznata s apsolutnom preciznošću tj. $\Delta p_x = \Delta p_y = \Delta p_z = 0$. Ova pretpostavka zahtjeva neodređenost u položaju $\Delta x \rightarrow \infty$, $\Delta y \rightarrow \infty$, $\Delta z \rightarrow \infty$

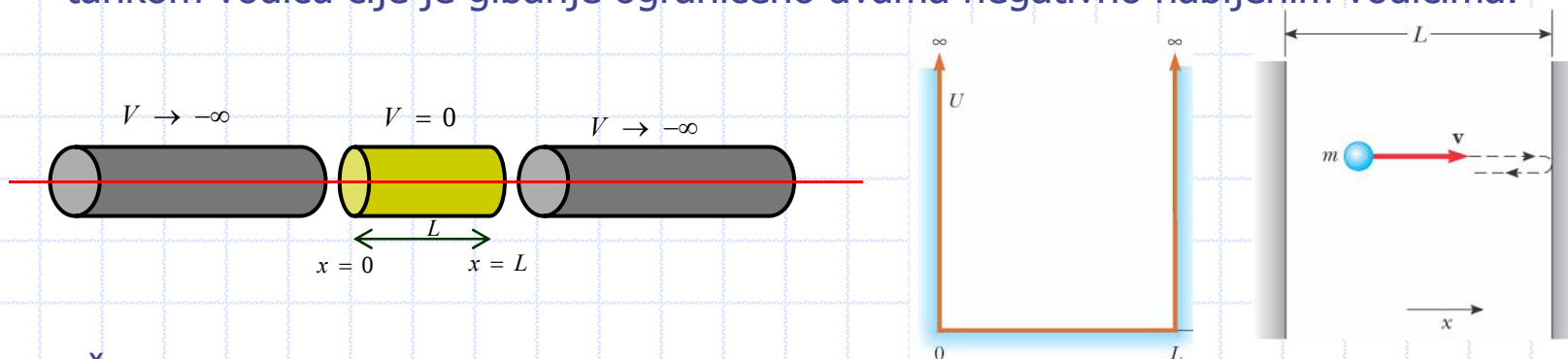
gustoća vjerojatnosti
 $|\psi(x)|^2$



Čestica se može naći bilo gdje duž x-osi

Beskonačna jednodimenzionalna potencijalna jama (I)

- Razmatramo gibanje elektrona duž x-osi između dva neprobojna zida na udaljenosti L , što je slično elektronu koji je vezan za neku molekulu promjera L , ili elektron u tankom vodiču čije je gibanje ograničeno dvama negativno nabijenim vodičima.



- Čestica se mora nalaziti u području $0 \leq x \leq L$, ako se nalazi van jame onda joj je energija beskonačna.
- Zato valna funkcija $\Psi(x)$, čija kvadratna vrijednost predstavlja vjerojatnost nalaženja čestice na danom mjestu, mora biti na mjestu $x=0$ i $x=L$ jednaka nuli, $\Psi(x=0)=0$, $\Psi(L)=0$.

Schrödingerova valna jednadžba

1 dim & $U=0$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{d^2\psi}{dy^2} + \frac{d^2\psi}{dz^2} \right) + U\psi = E\psi$$

ψ - valna funkcija

U - potencijalna energija čestice mase m

E - ukupna energija čestice mase m

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} = E\psi \rightarrow \psi = A \sin kx \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} - \text{valni broj}$$

$A \sin kL = 0$ - rubni uvjet

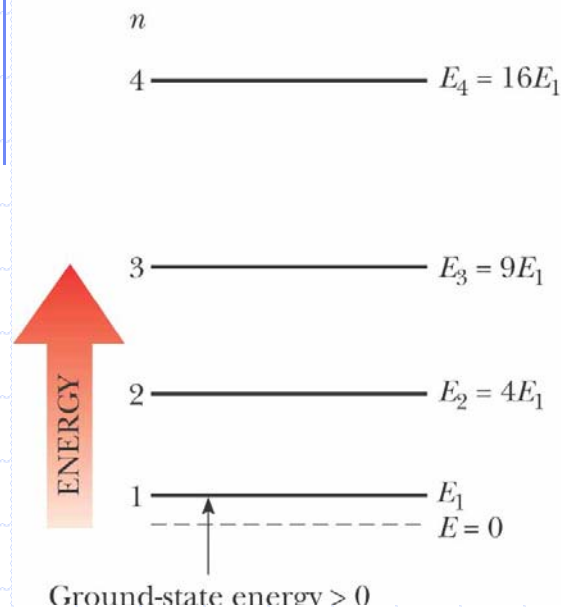
$$kL = n\pi \rightarrow \lambda_n = \frac{2L}{n}, n = 1, 2, 3, \dots$$

$$p_n = \frac{h}{\lambda_n} \rightarrow E_n = \frac{p_n^2}{2m} = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$$

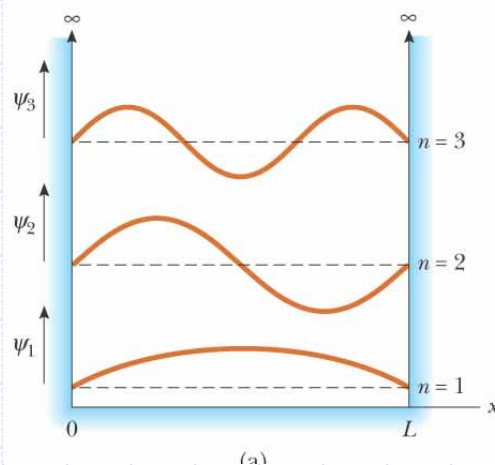
Energija čestice u potencijalnoj jami je kvantizirana.

Beskonačna jednodimenzionalna potencijalna jama (II)

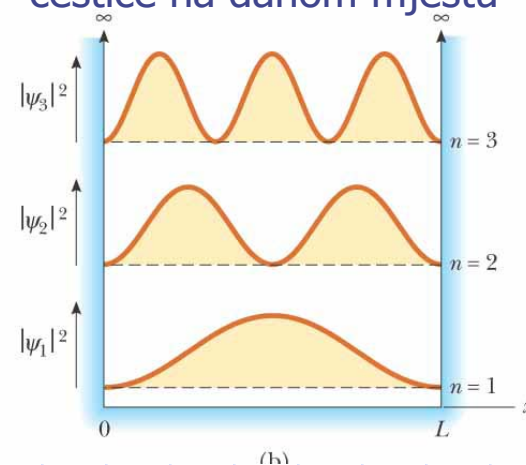
- ◆ Energija čestice u beskonačnoj potencijalnoj jami je kvantizirana.
- ◆ Osnovno stanje čestice ne može biti $n=0$, jer je u tom slučaju $\Psi_0=0$, što bi značilo da je vjerojatnost nalaženja čestice u jami jednaka nuli, a znamo da to nije slučaj.
- ◆ Stoga je najniže stanje čestice definirano kvantnim brojem $n=1$, te tako po kvantnoj teoriji čestica ne može mirovati, tj. biti u stanju s energijom jednakom nuli.



$$E_n = \frac{p_n^2}{2m} = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$$



Vjerojatnost nalaženja čestice na danom mjestu



$$\psi_n(x) = A \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right), n = 1, 2, 3, \dots$$

Heisenbergove relacije neodređenosti (I)

- ◆ Bornova statistička interpretacija valne funkcije ukazuje da možemo samo izračunati vjerojatnost pojedinih događaja.
- ◆ Prema klasičnoj fizici ako znamo početnu brzinu i položaj, npr. elektrona, onda je putanja elektrona egzaktno poznata – eksperimenti s ogibom elektrona jasno ukazuju da to nije tako - zašto to nije tako?
- ◆ Možemo li savršeno precizno poznavati položaj i brzinu elektrona?
- ◆ Da bismo precizno locirali elektron moramo ga obasjati svjetlošću valne duljine λ - neodređenost u položaju elektrona je $\Delta x \approx \lambda$.
- ◆ Foton može predati svu svoju količinu gibanja elektronu h/λ i u tom slučaju količina gibanja elektrona je sada neodređena do $\Delta p_x \approx h/\lambda$.
- ◆ Produkt neodređenosti položaja i momenta elektrona $\Delta x \cdot \Delta p_x \approx h$.
- ◆ Zbog valne prirode čestica, kad fiksiramo valnu duljinu, tj. količinu gibanja, neminovno uvodimo neodređenost u položaju.
- ◆ U makro-svijetu, brzina svjetlosti je praktično beskonačna $c = \infty$, a Planckova konstanta zanemariva, $h=0$.

Heisenbergove relacije neodređenosti (II)

- ◆ Werner Heisenberg, 1927., definira **princip neodređenosti**.
- ◆ Princip neodređenosti (za položaj i količinu gibanja): **produkt neodređenosti položaja Δx i količine gibanja Δp je veći ili približno jednak Planckovoj konstanti h :**

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

- ◆ **Relacija neodređenosti za energiju i vrijeme:**

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

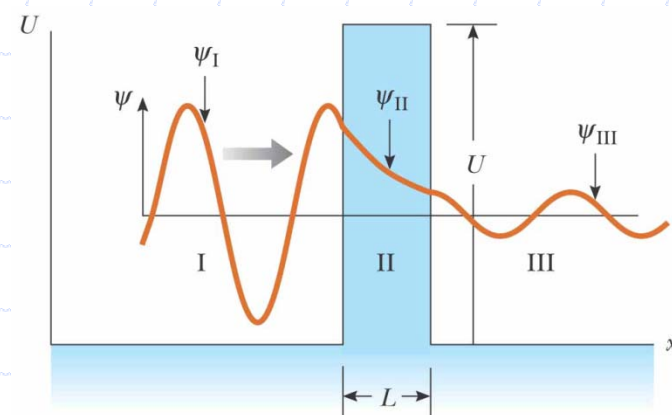
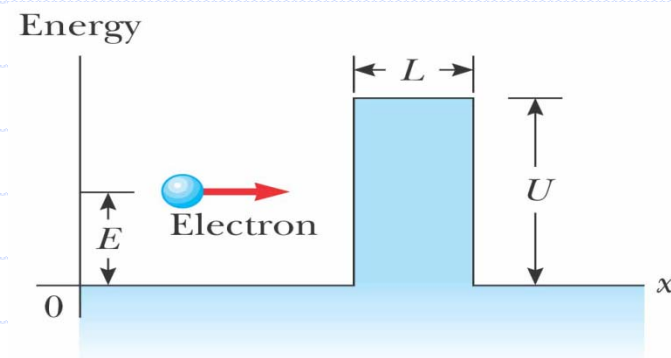


© 2004 Thomson - Brooks/Cole

- ◆ Nemoguće je istovremeno savršeno precizno poznavati položaj i brzinu čestice, odnosno što je kraći vremenski interval to je neodređenost energije veća.
- ◆ Heisenbergove relacije neodređenosti opisuju fundamentalno svojstvo prirode.
- ◆ Heisenberg je jednom prilikom izjavio da *'atomi čine svijet potencijalnosti i mogućnosti prije nego svijet činjenica i stvari.'*

Tuneliranje kroz potencijalni bedem

- ◆ Čestica (elektron) energije E nailazi na područje širine L gdje potencijalna energija iznosi U , $E < U$.
- ◆ Po klasičnoj fizici čestica će se reflektirati, jer nema dovoljno energije da preskoči ili penetrira kroz područje bedema.
- ◆ Primjena Schrodingerove jednadžbe i rubnih uvjeta na valnu funkciju u području I, II i III, pokazuje da amplituda valova materije tj. da valna funkcija nije nula u području II i III.
- ◆ Postoji mala, ali konačna, vjerojatnost nalaženja čestice iza potencijalnog bedema – **tunel efekt**.
- ◆ Tunel efekt je eksperimentalno uočen i brojne su njegove primjene.



$T = e^{-2CL}$ – koeficijent transmisije

$$C = \frac{\sqrt{2m(U-E)}}{\hbar}$$

Primjena tunel efekta

- ◆ **Tunel diode** – poluvodčki uređaj kojeg čine dva područja suprotnog naboja odvojena uskim neutralnim područjem.
Električna struja, u biti brzina tuneliranja, se kontrolira promjenom potencijalne razlike između dva nabijena područja, što je ekvivalentno mijenjanju visine barijere.
- ◆ **Josephsonov spoj (SQUID)** – tuneliranje elektrona između dva supravodiča odvojena izolacijskim slojem debljine 1-2 nm, koristi se za mjerenje vrlo malih magnetskih polja.
- ◆ **Alfa raspad** – emisija jezgre helija iz nestabilnih teških jezgri.
Da pobjegne iz jezgre, alfa čestica mora nadvladati privlačnu nuklearnu silu koja drži protone i neutrone na okupu u jezgri.
Privlačna nuklearna sila je veća od odbojne električne sile ali ipak povremeno alfa čestica tunelira kroz potencijalni bedem.
Mehanizam tunel efekta objašnjava alfa raspad i velike razlike u vremenu poluživota različitih radioaktivnih jezgri.

Čestice i sile u prirodi

Čestice tvari

Leptoni

Electric Charge

Tau  -1 0  Tau Neutrino

Mion  -1 0  Mion Neutrino

Elektron  -1 0  Elektron Neutrino

Kvarkovi

Električni naboj

Dno  -1/3 2/3  Vrh

Strani  -1/3 2/3  Šarmantni

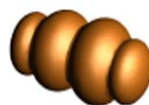
Dolje  -1/3 2/3  Gore

svaki kvark:    3 boje

Čestice “glasnici” sila

Jaka

Gluoni (8)



Kvarkovi



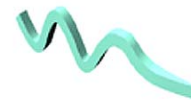
Mezoni
Barioni



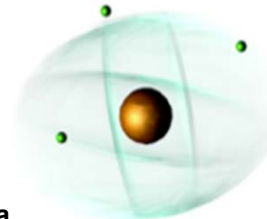
Jezgre

Elektromagnetska

Foton



Atomi
Svjetlost
Kemija
Elektronika



Gravitacija

Graviton ?

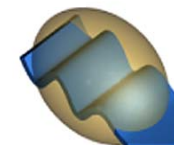


Sunčev sustav
Galaksije
Crne rupe

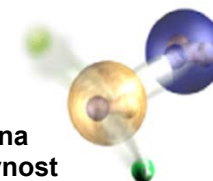


Slaba

Bozoni
(W,Z)



Raspad neutrona
Beta radioaktivnost
Interakcije neutrina
Izgaranja sunca



The particle drawings are simple artistic representations

Svojstva sila

Sile su karakterizirane, jakošću, dosegom, nabojem i bojem.

Interakcija	Glasnik sile	Doseg (m)	Relativna jakost	Proces u prirodi
Jaka	gluon	10^{-15}	1	proton
Elektromagnetska	photon	∞	$<10^{-2}$	atom
Slaba	W, Z	$<10^{-17}$	10^{-5}	radioaktivnost
Gravitacija	graviton ?	∞	10^{-38}	Sunčev sustav

Mogu li se ovako različite sile dobiti iz istog načela?

Ujedinjenje sila

Zemaljska mehanika

Nebeska mehanika

Univerzalna gravitacija

Inercijalna vs. Gravitacijska masa
(I. Newton, 1687.)

Elektricitet

Elektromagnetizam

Elektromagnetski valovi (foton)
(J.C. Maxwell, 1860.)

Magnetizam

Elektromagnetizam

Elektroslaba

Intermedijalni bozoni W, Z
(1970.-83.)

Slaba sila

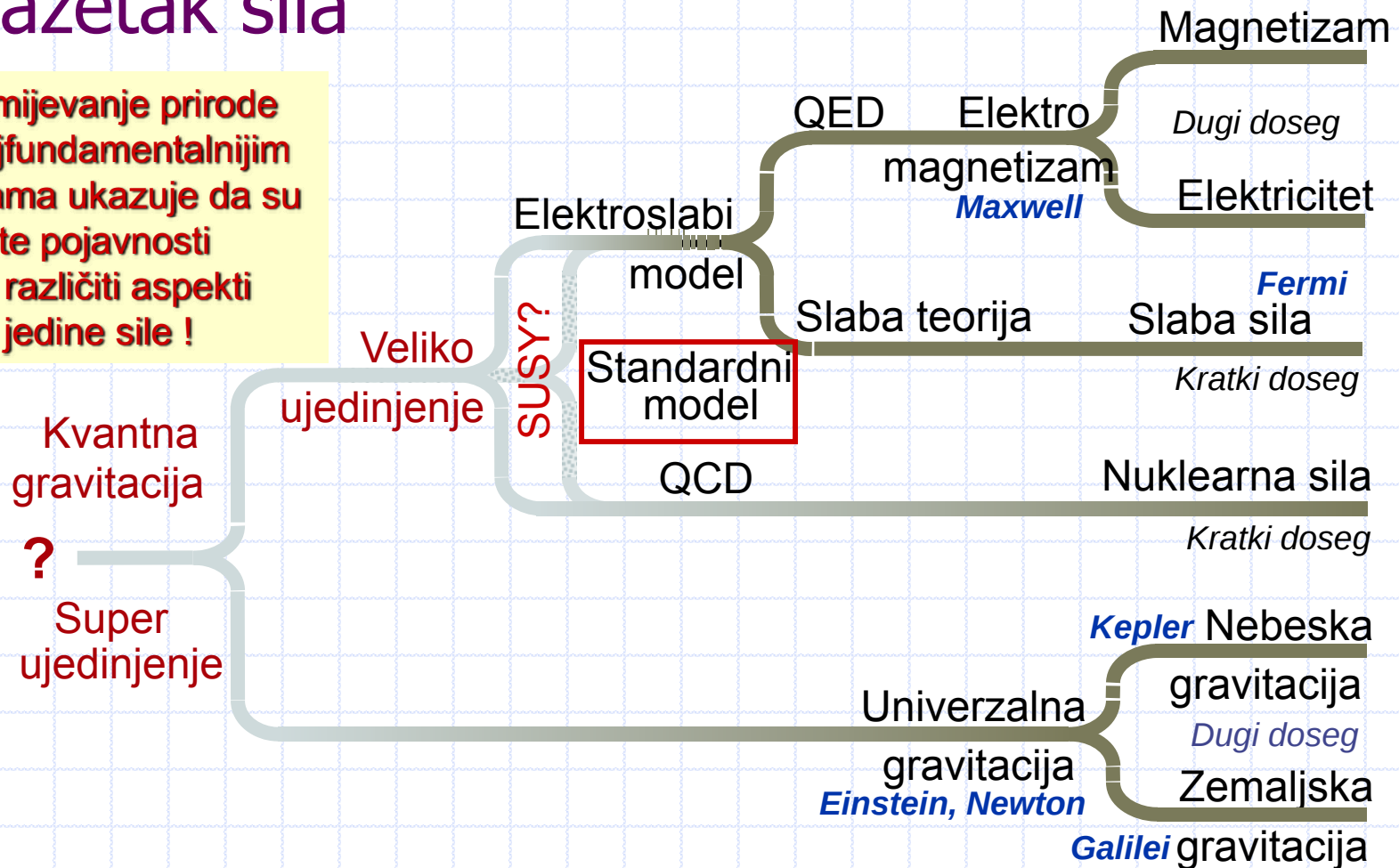
Ispitivanje sve manjih dimezija
otkriva
dublje pravilnosti

?

UJEDINJENI OPIS

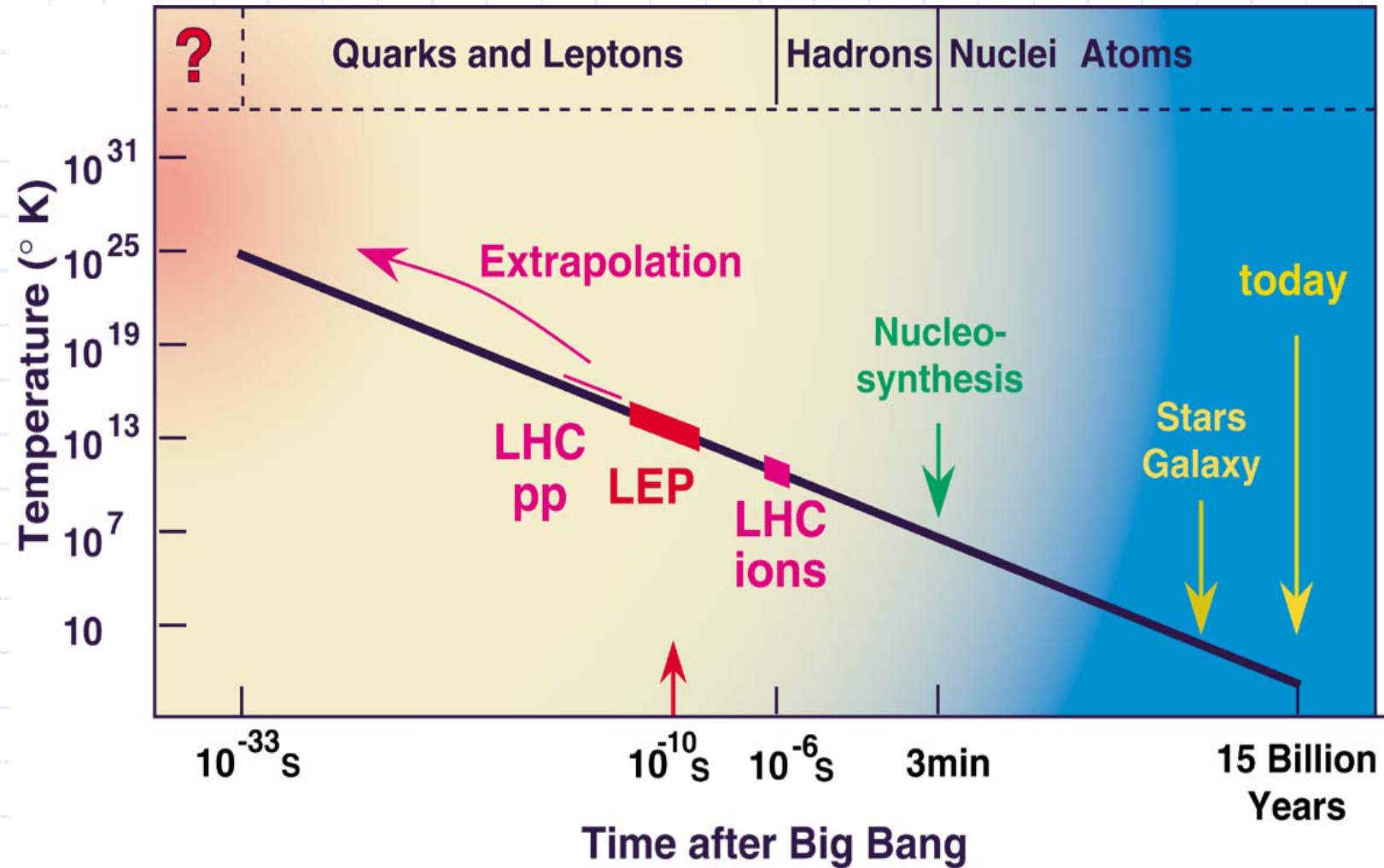
Sažetak sila

Razumijevanje prirode na najfundamentalnijim razinama ukazuje da su različite pojavnosti samo različiti aspekti jedne jedine sile !



Teorije:
STRUNE? RELATIVISTIČKA/KVANTNA KLASIČNA

Prema početku





LHC

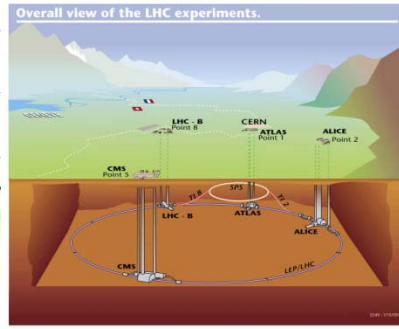
The Large Hadron Collider in the LEP Tunnel

Proton- Proton Collider

7 TeV + 7 TeV

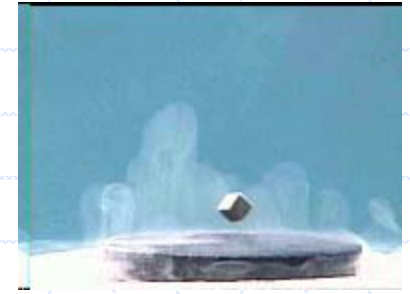


Luminosity = $10^{34} \text{cm}^{-2} \text{sec}^{-1}$



first targets:

- Higgs boson (s)
- Supersymmetric Particles
- Quark-Gluon Plasma
- CP violation in B



A superconductive disk on the bottom, cooled by liquid nitrogen, causes the magnet above to levitate. The floating magnet induces a current, and therefore a magnetic field, in the superconductor, and the two magnetic fields repel to levitate the magnet.

Pitanja

- ◆ Što je De Broglieva valna dužina, navedite i ukratko objasnite neke eksperimente koji su pokazali postojanje valova materije. (obavezno)
- ◆ Kako glase Heisenbergove relacije neodređenosti (obavezno).
- ◆ Kako glasi vremenski nezavisna Schrodingerova valna jednačina i što ona opisuje?
- ◆ Što je tunel efekt, u kojim procesima se javlja i gdje se primjenjuje?