



Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje

Studij računarstva

Fizika 2

Auditorne vježbe – 3

Mehanički valovi

Ivica Sorić

Ivica.Soric@fesb.hr

Ponavljanje (1) – Mehanički valovi

- ◆ Val je poremećaj sredstva koji se određenom brzinom širi kroz prostor
- ◆ Opći oblik deformacije koja se širi: $u(x, t) = f(x \mp vt)$,
(predznak – na desno, predznak + na lijevo), f - funkcija koja definira oblik deformacije
- ◆ Valovi koji se šire kroz elastična sredstva su **mehanički valovi**.
- ◆ **Transverzalni valovi** – čestice sredstva titraju okomito na smjer širenja vala
- ◆ **Longitudinalni valovi** – čestice sredstva titraju u smjeru širenja vala.
- ◆ **Valna jednažba za jednodimenzionalni val** je oblika:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$$

- ◆ Opće rješenje ove jednažbe je funkcija oblika:

$$u(x, t) = f(x - vt) + g(x + vt)$$

Ponavljanje (2)

- ◆ Poseban oblik rješenje jednodimenzionalne valne jednačbe je harmonijski val

$$u(x, t) = A \cos(\omega t - kx)$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}; \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$v = \lambda f = \frac{\omega}{k}$$

- ω - kružna frekvencija, k - valni broj, λ - valna duljina, v - fazna brzina

- ◆ Brzina širenja vala (fazna brzina) ovisi o elastičnim svojstvima i tromosti sredine u kojoj se val širi.

Transverzalni valovi
na žici

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Longitudinalni valovi
u čvrstom tijelu

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

- ◆ Srednja snaga koja se transportira harmonijskim valom

$$\overline{P} = \frac{1}{2} A^2 \omega^2 v \mu$$

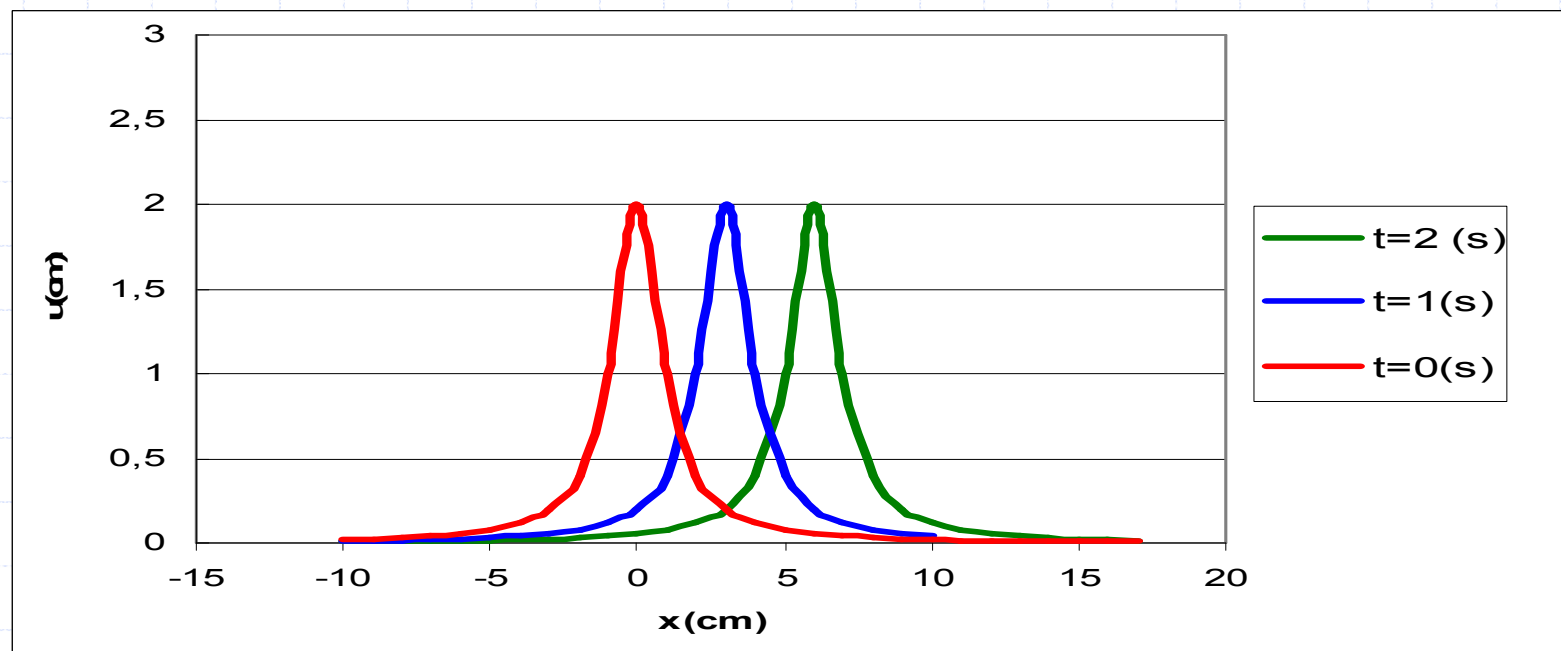
$\mu = \rho$ -linijska gustoća sredstva kojim se širi harmonijski val

Primjer 1

- ◆ Duž kojeg smjera x-osi se širi val čija je jednadžba vala dana izrazom

$$u(x, t) = \frac{2}{(x - 3 \cdot t)^2 + 1}$$

gdje se x mjeri u centimetrima, a t u sekundama? Odredite brzinu propagacije vala i nacrtajte valnu funkciju u trenutku t=0s, t=1s, i t=2s.



- ◆ Rješenje: na desno brzinom $v=3$ cm/s

Primjer 2

- ◆ Harmonijski val se širi duž žice. Uočeno je da oscilator koji generira val napravi 40 titraja u 30 sekundi, a da uočeni maksimum za 10 sekundi prevali put od 425 cm. Odredite valnu duljinu!

Rješenje: $f = 4/3$ Hz, $v = 42,5$ cm/s, $\lambda = 31,9$ cm

Primjer 3

- ◆ Formulirajte opći uvjet uz koji će brzina v harmonijskog vala koji se rasprostire zategnutom žicom biti jednaka najvećoj transverzalnoj brzini čestice žice.

- ◆ Rješenje: $A=1/k=\lambda/2\pi$

Primjer 4

- ◆ Transverzalni sinusoidalni val na užetu ima amplitudu $A = 5 \text{ cm}$ i valnu duljinu $\lambda = 0,5 \text{ m}$. Lijevi kraj užeta, koji se nalazi u koordinatnom ishodištu, titra frekvencijom $f = 3 \text{ Hz}$ po zakonu

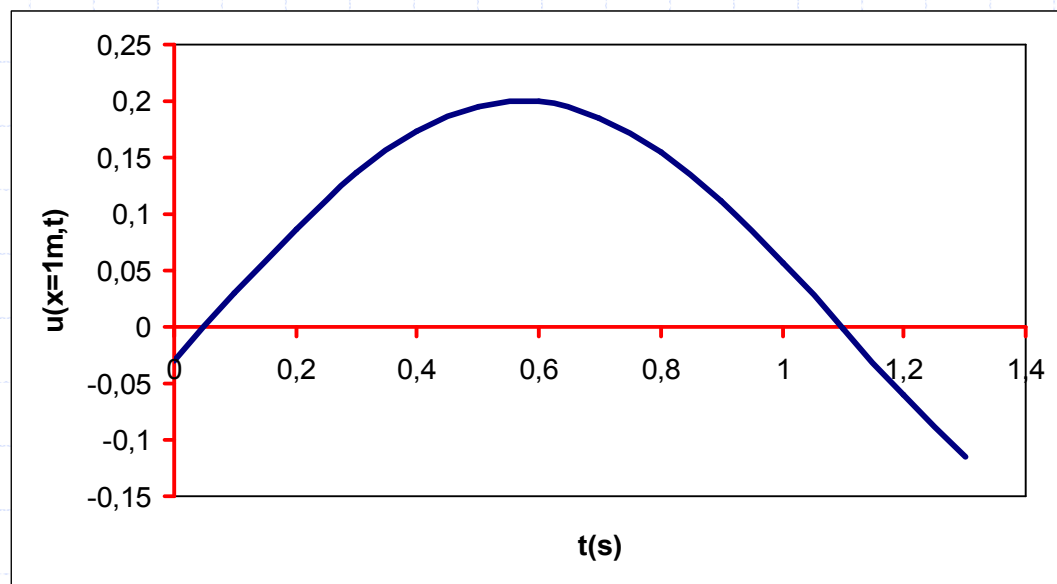
$$u(0,t) = A \sin \omega t.$$

- a) Kolika je brzina vala?
- b) Napišite jednadžbu titranja proizvoljne čestice užeta.
- c) Kolika je transversalna elongacija, transversalna brzina i akceleracija čestice užeta udaljene $0,1 \text{ m}$ od ishodišta u času $t = 0,1 \text{ s}$?

- ◆ Rezultati: a) $v = 1,5 \text{ m/s}$,
 - ◆ b) $u(x,t) = 0,05 \sin(18,85t - 12,57x) (\text{m})$,
 - ◆ c) $u = 0,029 \text{ m}$, $v_u = 0,762 \text{ m/s}$, $a_u = 10,442 \text{ m/s}^2$.

Primjer 5

- ◆ Jedan kraj žice je učvršćen, a drugi prelazi preko koloture i nosi teret od 0,4 kp. Titranje izvora na učvršćenom kraju žice dano je relacijom $u=0,2\sin 3t$ (u SI jedinicama). Linearna gustoća žice je 0,01 kg/m. Izračunajte brzinu širenja vala u žici te frekvenciju i valnu duljinu. Napišite jednadžbu pomaka za točku koja je udaljena 1 m od izvora titranja i nacrtajte graf $u(t)$ za tu točku.



- ◆ Rješenje: $v=19.8$ m/s, $\nu=0,477$ Hz, $\lambda=41,49$ m, $u(x=1,t)=0,2\sin(3t-0,151)(\text{m})$

Primjer 6

- ◆ Snaga P_1 prenosi se valom frekvencije f_1 duž žice čija je napetost T_1 . Kolika je prenesena snaga P_2 izražena preko P_1
 - a) ako se napetost žice poveća četiri puta, $T_2=4T_1$;
 - b) ako se frekvencija smanji 2 puta, $f_2=f_1/2$?

◆ Rješenje: a) $P_2=2P_1$ b) $P_2=1/4 P_1$

Primjer 7

- ◆ Koliku bi minimalnu snagu trebalo dovoditi da bi se kroz žicu mogli širiti valovi amplitude 0,2 cm i frekvencije 30 Hz, ako je linearna gustoća žice $3 \times 10^{-4} \text{ kg/m}$, a napetost 8 N?

- ◆ Rješenje: $P = 3,48 \times 10^{-3} \text{ W}$

Primjer 8 – Širenje valova u sredstvu

- ◆ Izračunajte brzine širenja mehaničkih valova u različitim sredstvima:
 - a) brzinu transversalnih valova u čeličnoj žici polumjera $1,27 \cdot 10^{-4}$ m zategnutoj pomoću utega mase 1 kg (gustoća čelika $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$),
 - b) brzinu longitudinalnih mehaničkih valova u čeličnom štapu (Youngov modul elastičnosti $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$),
 - c) brzinu longitudinalnih valova u zraku pri normiranim uvjetima (ako znamo da je molarna masa zraka 29 g/mol)
 - d) brzinu zvuka u vodi (koeficijent stlačivosti vode $K = 5 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$)

- ◆ Rezultati: a) $v=157,5 \text{ m/s}$, b) $v=5064 \text{ m/s}$, c) $v=331,2 \text{ m/s}$,
d) $v=1414 \text{ m/s}$.

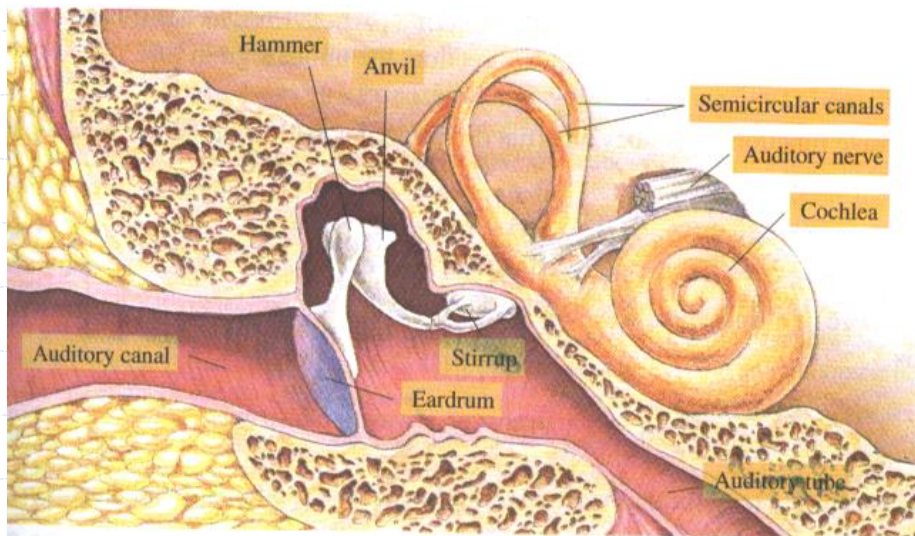
Primjer 9

- ◆ a) Izračunajte brzinu širenja transverzalnih poremećaja na bakrenoj žici promjera $d = 2,4 \text{ mm}$ zategnutoj silom $F = 20 \text{ N}$. Gustoća bakra je $\rho_{\text{Cu}} = 8920 \text{ kg/m}^3$.
- b) Kod koje će sile napetosti u bakrenoj žici presjeka $S = 10^{-6} \text{ m}^2$ brzina longitudinalnih i transverzalnih valova biti jednaka? Youngov modul elastičnosti bakra je $E = 120 \text{ GN/m}^2$. Je li ta situacija fizikalno moguća?

◆ Rezultat a) $v_T = 22,3 \text{ m/s}$, $v_L = 3668 \text{ m/s}$ b) $F = 120 \text{ kN}$. Ova situacija nije fizikalno moguća.

Primjer 10

- ◆ Zvučni valovi koje čuje ljudsko uho, prolaze kroz slušni kanal prije dolaska do bubnjića. Zvučni kanal odraslog čovjeka je 2,5 cm dug a ima promjer od 7 mm. Kad se sluša običan razgovor intenzitet zvučnih valova je oko $3,2 \times 10^{-6} \text{ W/m}^2$. a) Kolika je srednja snaga prenesena na bubnjić? b) Nađite amplitudu zvučnih valova frekvencije 100 Hz (tipična frekvencija većine zvukova ljudskog govora). Gustoća zraka $\rho = 1,2 \text{ kg/m}^3$ a volumni modul $B = 1,42 \times 10^5 \text{ Pa}$.



- ◆ Rješenje: a) $P_{sr} = 1.2 \times 10^{-10} \text{ W}$, b) $A = 2 \times 10^{-7} \text{ m}$

Zadaci za vježbu

1. Transverzalni sinusni val amplitude $A=0,1$ m i valne duljine $\lambda=2$ m širi se slijeva na desno duž homogene horizontalne napete žice brzinom $v=1$ m/s. U trenutku $t=0$ s lijevi kraj žice nalazi se u koordinatnom početku i giba se prema dolje. Odredite:
 - a) frekvenciju vala, kružnu frekvenciju vala i valni broj,
 - b) funkciju koja opisuje gibanje,
 - c) funkciju gibanja lijevog kraja žice,
 - d) funkciju gibanja čestice koja se nalazi na mjestu $x=1,5$ m desno od koordinatnog početka,
 - e) maksimalnu transversalnu brzinu proizvoljne čestice žice,
 - f) pomak i transversalnu brzinu čestice koja se nalazi na mjestu $x=1,5$ m desno od koordinatnog početka u vremenu $t=3,25$ s.

2. Sinusni val frekvencije $f=50$ Hz, širi se s desna na lijevo brzinom $v=16$ m/s. Poznato je $u(x=0, t=0)=0,2$ m i amplituda vala $A=0,2$ m.
 - a) Odredite period, kružnu frekvenciju, valnu duljinu i valni broj.
 - b) Odredite fazu u početnom trenutku.
 - c) Napišite jednadžbu vala i izračunajte pomak u točki $x=0$ m u trenutku $t=5$ s i $t=5$ ms.Rezultati: a) $T=20$ ms, $\omega=314$ s⁻¹, $\lambda=0,32$ m, $k=19,6$ m⁻¹, b) $\varphi_0=\pi/2$, c) $u(0,5\text{s})=0,2$ m; $u(0,5\text{ms})=0$ m.