Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje

Razlikovni studiji (910/920/930/940/950)

Fizika 2

Predavanje 2

Matematičko i fizikalno njihalo. Fazorski prikaz titranja i zbrajanje titranja. Uvod u mehaničke valove.

Dr. sc. Damir Lelas

(Damir.Lelas@fesb.hr,

damir.lelas@cern.ch)

Literatura

- Damir Lelas: ured - B 701 (7. kat), tel. 305-881

Preporučena literatura:

D. Lelas, M. Grbac, I. Sorić: On-line materijali, E-learning portal FESB-a

V. Henč-Bartolić, P. Kulišić: Valovi i optika, Školska knjiga Zagreb, 1989.

V. Henč-Bartolić i suradnici: Riješeni zadaci iz valova i optike, Školska knjiga, Zagreb 1992.

J. Vuletin: Zadaci iz Fizike (Titraji i valovi, Toplina, Atomi), FESB, Split, 1996.

Dopunska literatura:

N. Cindro: Fizika 2, Školska knjiga, Zagreb, 1991.

D. Halliday, R. Resnick, J. Walker: Fundamentals of Physics, 7th Edition, John Wiley & Sons, Inc., 2005.

E. M. Purcell: Elektricitet i magnetizam, udžbenik fizike Sveučilišta u Berkeley, svezak 2., Tehnička knjiga, Zagreb, 1988.

E.V. Wichmann: Kvantna Fizika, udžbenik fizike Sveučilišta u Berkeley, svezak 4., Tehnička knjiga, Zagreb, 1988.

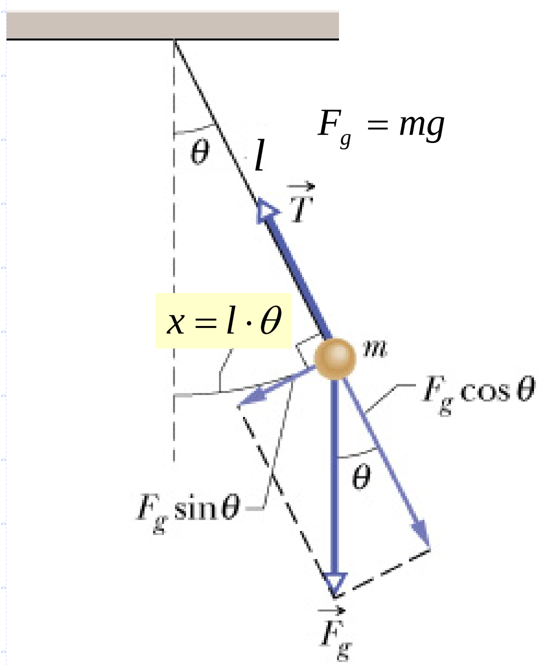
Danas ćemo raditi:

(V. Henč-Bartolić i P. Kulišić: "Valovi i optika", poglavlje 1 & 2)

- Harmoničko titranje
  - Matematičko njihalo
  - Fizikalno njihalo
  - Zbrajanje harmoničkih titranja
- Uvod u mehaničke valove

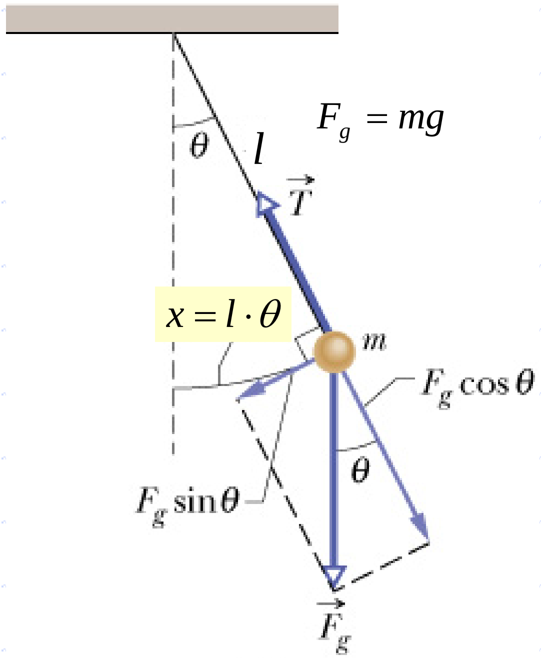
Matematičko njihalo

- Matematičko njihalo je sitno tijelo, materijalna točka, obješeno na nerastezljivu nit zanemarive mase.
- Kada njihalo miruje u ravnotežnom položaju, napetost niti uravnotežuje silu teže.
- Ako je njihalo za neki kut θ pomaknuto izvan položaja ravnoteže, normalnu komponentu sile teže uravnotežuje napetost niti $\boxed{T = mg\cos\theta}$, a tangencijalna je komponenta sile teže usmjerena prema ravnotežnom položaju.



Matematičko njihalo (2)

- Zbroj svih sila jednak je tangencijalnoj komponenti sile teže $\boxed{-mg\sin\theta}$.
- Ova sila nije proporcionalna pomaku θ, pa ni gibanje njihala nije harmoničko.
- Kad materijalnu točku mase m odmaknemo od položaja ravnoteže za relativno mali kut θ (toliko mali da vrijedi $\boxed{\sin\theta \approx \theta}$ (kut izražen u radijanima)), gibanje tijela je analogno gibanju harmoničkog oscilatora.



$$ma = m\ddot{x} = -mg\sin\theta \approx -mg\theta$$

$$x = l\theta; \quad \ddot{x} = l\ddot{\theta} - \text{nit je nerastezljiva i bez mase}$$

$$ml\ddot{\theta} = -mg\theta$$

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l}\theta = 0$$ jednadžba gibanja

$$\ddot{\theta} + \omega^2\theta = 0$$

$$\theta(t) = \theta_o \sin(\omega t + \varphi) \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \; ; T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

$\sin\theta \sim \theta$, za mali kut θ

- Period matematičkog njihala, koje se njiše malim amplitudama ovisi jedino o duljini njihala l i akceleraciji sile teže g.
- Za veće amplitude sinus kuta ne može se aproksimirati kutom i jednadžba gibanja ima složenije rješenje.
- Period njihala u tom slučaju ovisi o amplitudi θ_0 i dan je izrazom:

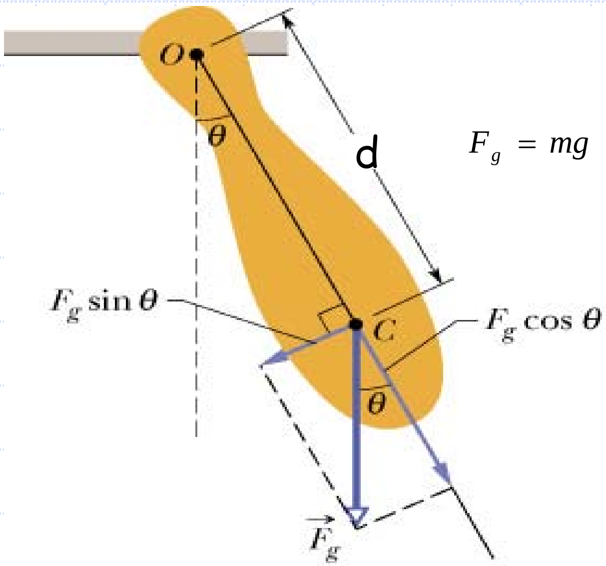
$$T = T_0\left(1 + \frac{1}{4}\sin^2\frac{\vartheta_0}{2} + \frac{9}{64}\sin^4\frac{\vartheta_0}{2} + \dots\right);$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

θ (stupanj)	θ (radijan)	sin θ	T/T_0
2	0.03490	0.034899	**1.000076**
6	0.10472	0.10453	1.000686
10	0.17453	0.17365	1.00191
30	0.5236	0.5	1.01744
60	1.0472	0.866	1.0728
90	1.5708	1	1.1702

Fizikalno (fizičko) njihalo

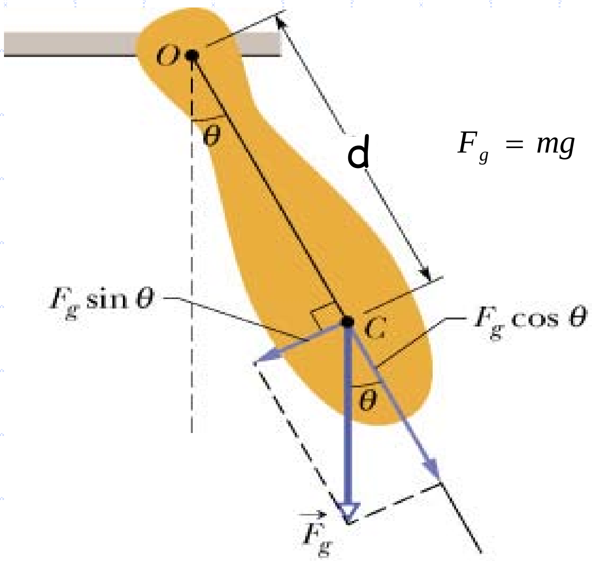
- Kruto tijelo koje se može slobodno okretati oko čvrste horizontalne osi u gravitacijskom polju Zemlje tako da os ne prolazi kroz težište naziva se fizikalno njihalo.
- Na kruto tijelo izmaknuto iz ravnotežnog položaja za kut θ djeluje zakretni moment sile koji ga nastoji vratiti u ravnotežni položaj.
- d je udaljenost osi rotacije O od težišta tijela C



Moment sile teže koji uzrokuje titranje je $\boxed{M = -mg \cdot d \cdot \sin\vartheta}$

Fizikalno njihalo (2)

- Kad kruto tijelo izvedemo iz ravnotežnog položaja za relativno mali kut θ (toliko mali da vrijedi $\sin\theta \approx \theta$, kut izražen u radijanima) tijelo izvodi harmoničko titranje.



$F_g = mg$

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}_g ; \vec{r} - \text{vektor od osi do hvatišta sile, } \vec{F}_g = m\vec{g} - \text{sila teža}$$

$$M = -mg \cdot d \cdot \sin\theta - \text{zakretni moment ima smjer koji nastoji smanjiti kut } \theta$$

$$\vec{M} = I\vec{\alpha} = I\ddot{\theta} \text{ jednadzba gibanja krutog tijela koje se rotira oko cvrste osi}$$

I - moment tromosti krutog tijela oko osi rotacije

$$-mgd\sin\theta \approx -mgd\theta = I\ddot{\theta}$$

za mali kut θ

jednadžba gibanja

$$\ddot{\theta} + \frac{mgd}{I}\theta = 0$$

$$\ddot{\theta} + \omega^2\theta = 0 \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$$

$$\theta(t) = \theta_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}$$

Reducirana duljina fizikalnog njihala

- **Reducirana duljina fizikalnog njihala** je duljina matematičkog njihala koje ima istu period njihanja kao i fizikalno njihalo.

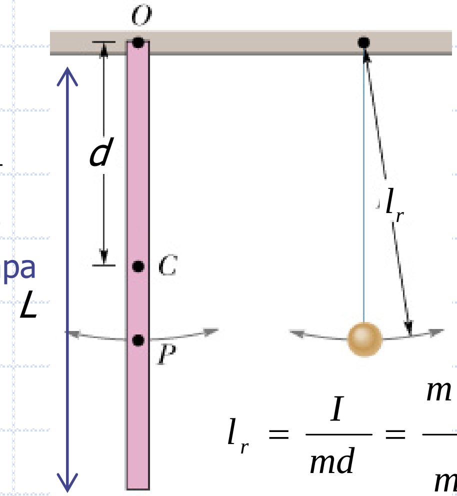
$$T_m = T_f$$

$$2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}$$

$$l_r = \frac{I}{md}$$

$$I = m\frac{L^2}{3}$$

I – moment tromosti štapa

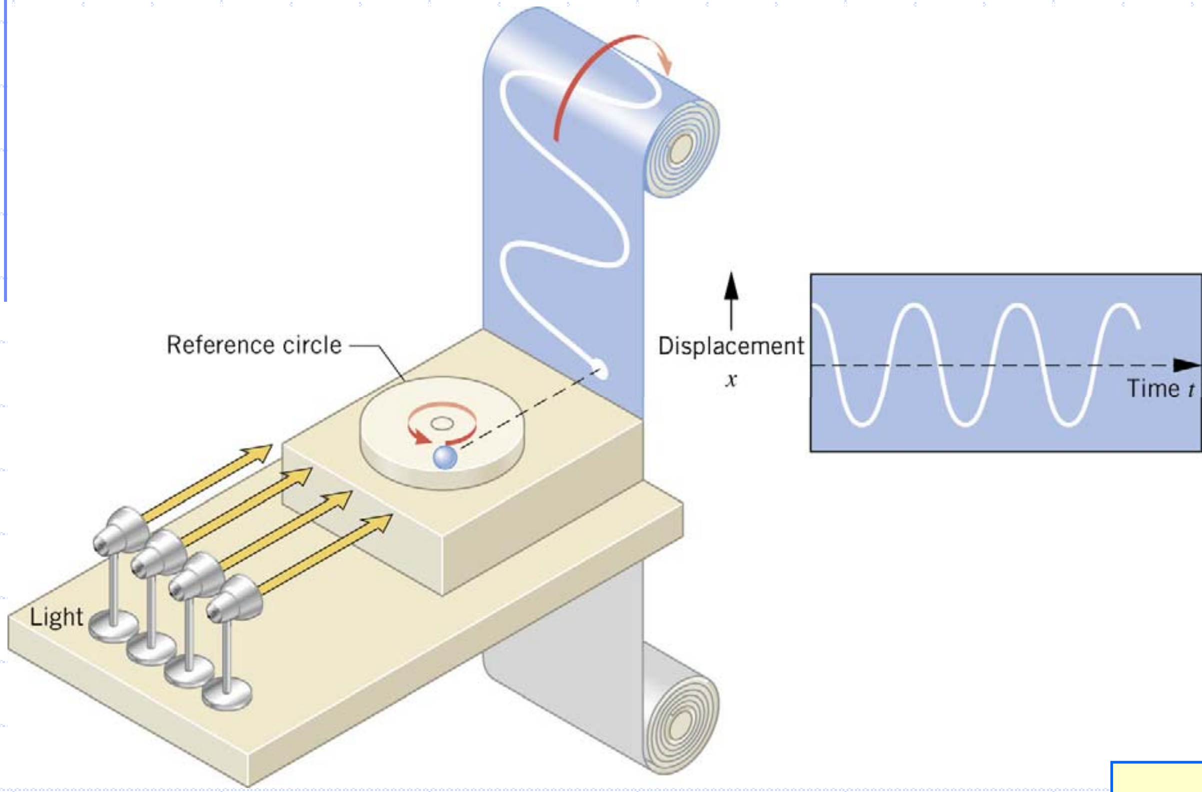


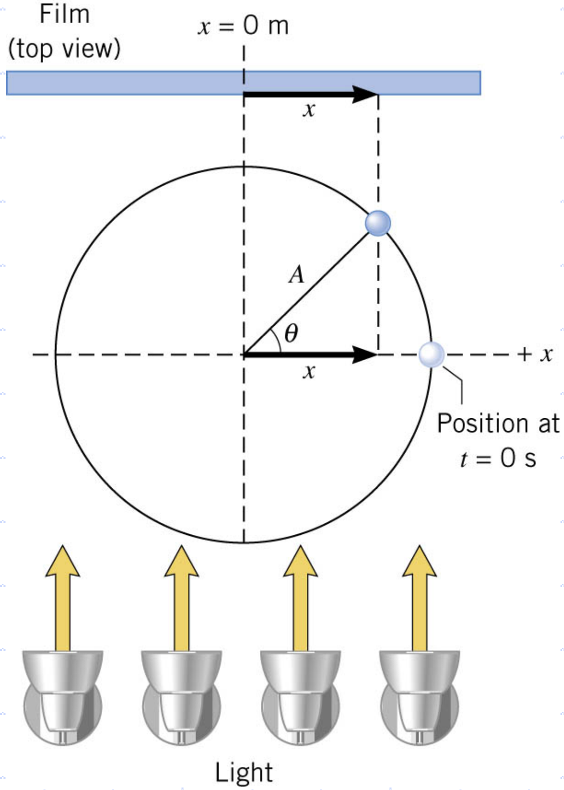
$$l_r = \frac{I}{md} = \frac{m\frac{L^2}{3}}{m\frac{L}{2}} = \frac{2}{3}L$$

- Točka P na štapu koja je od osi udaljena za reduciranu duljinu fizikalnog njihala l_r zove se **središte titranja** (točka C – težište tijela).
- Tijelo obješeno u središtu titranja (točka P) ima isti period titranja kao i kad se njiše oko prvotne osi (oko točke O).
- Njihalo koje se može objesiti tako da se njiše oko točke O i oko središta titranja P zove se reverziono njihalo.

Jednostavno harmoničko titranje i kružno gibanje

- Harmoničko titranje možemo povezati s jednolikim gibanjem po kružnici, što nam često može pomoći u proučavanju titrajnih sustava.



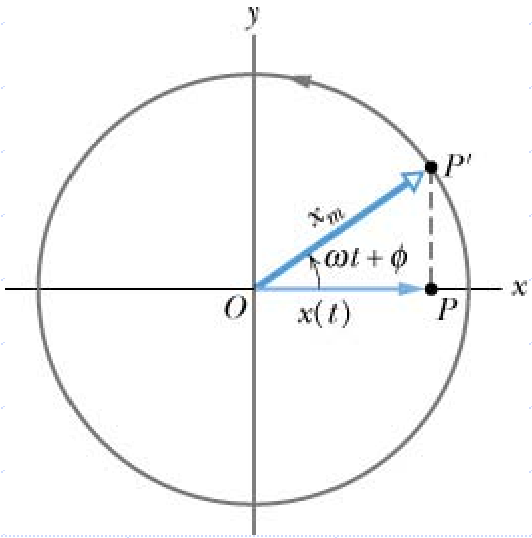


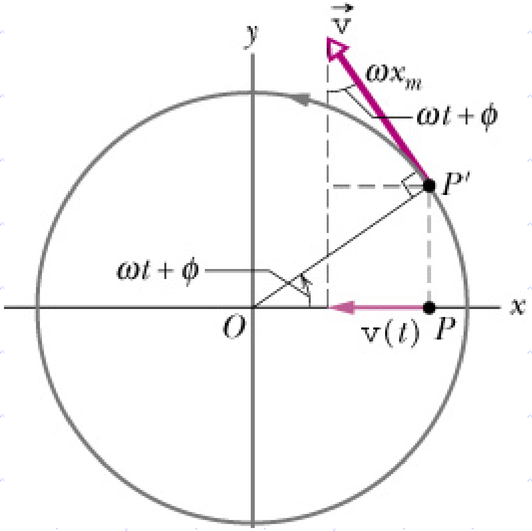
$$x = A\cos\theta = A\cos\omega t$$

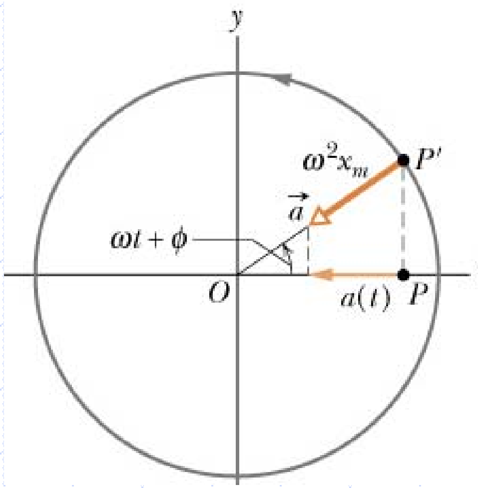
Jednostavno harmoničko titranje i kružno gibanje

- Kad se neko tijelo giba po kružnici konstantnom brzinom, projekcija položaja tijela na bilo koji promjer kružnice predstavljena je harmoničkim titranjem.
- Kutna brzine točke jednaka je kružnoj frekvenciji titranja, a ophodno vrijeme gibanja jednako je periodu titranja.
- Vektor OP′ u donjoj lijevoj slici je **rotirajući vektor ili fazor**.

$\boxed{x(t) = x_m \cos(\omega t + \phi)}$ $\boxed{v(t) = -\omega x_m \sin(\omega t + \phi)}$ $\boxed{a(t) = -\omega^2 x_m \cos(\omega t + \phi)}$





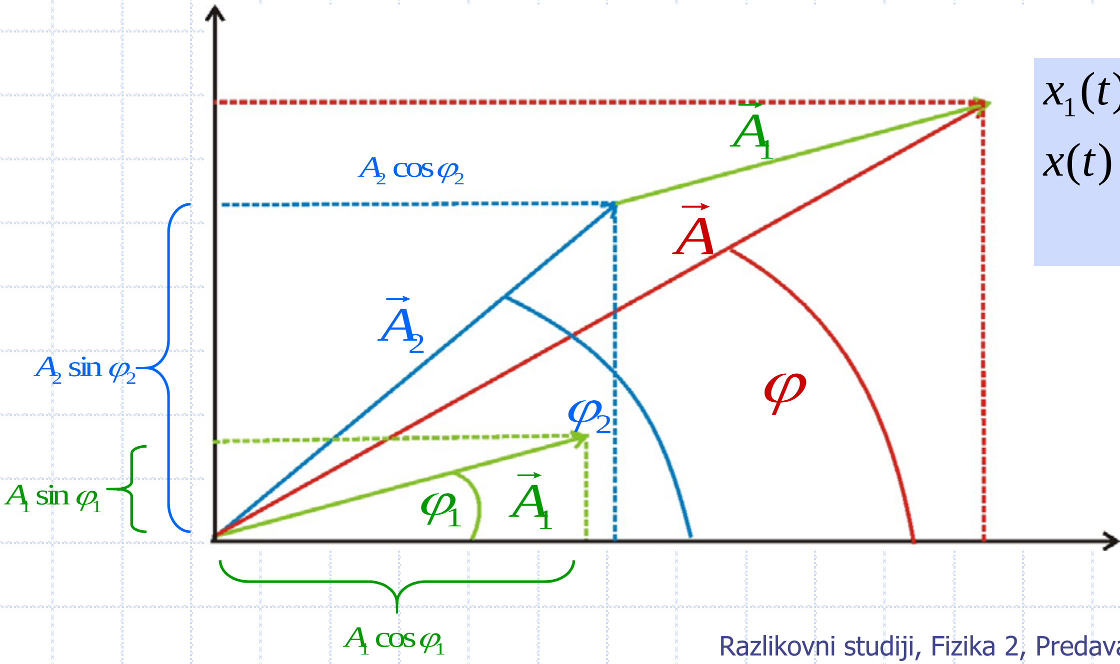


Zbrajanje koherentnih titranja

- Ako na česticu djeluju istovremeno dvije harmoničke sile, gibanje tijela dano je superpozicijom gibanja (interferencijom) zbog svake pojedine sile.
- Kad tijelo istovremeno izvodi dva harmonička titranja iste frekvencija i stalne razlike u fazi govorimo o koherentnim titranjima.
- Titranje se može predočiti rotirajućim vektorom (fazorom), duljina fazora jednaka je amplitudi titranja, kružna frekvencija rotacije fazora jednaka je kutnoj frekvenciji titranja, a početna faza se predočuje početnim kutom između fazora i osi na koju se projicira fazor.
- Predstavljanje titranja fazorom je vrlo korisno, jer kad neko tijelo izvodi istovremeno dva titranja bilo duž istog pravca bilo duž dva okomita pravca, rezultanto gibanje bit će dano projekcijom rezultantnog fazora na odabranu os projekcije.

Zbrajanje koherentnih titranja duž istog pravca

- Oba titranja imaju jednaku frekvenciju i među njima postoji razlika u fazi koja se ne mijenja cijelo vrijeme gibanja (koherentna titranja).
- Titranja ćemo zbrojiti metodom rotirajućeg vektora
- Prvo titranje može se prikazati rotirajućim vektorom $\vec{A}_1$, a drugo titranje rotirajućim vektorom $\vec{A}_2$
- Rezultantno titranje je gibanje projekcije vrha vektorskog zbroja $\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$, frekvencije jednake frekvenciji početnih titranja.



$$x_1(t) = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) \quad x_2(t) = A_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$$

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$$

$$A = ? \quad \varphi = ?$$

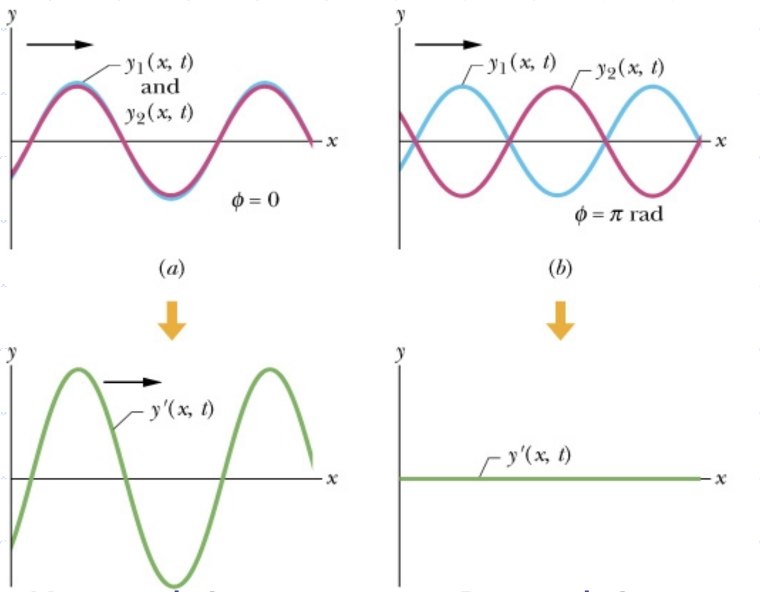
$$\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$$

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$\varphi = arctg \frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2}$$

Zbrajanje koherentnih titranja duž istog pravca (2)

- Amplituda rezultantnog titranja ovisi o amplitudama pojedinih titranja i razlici u fazi između ta dva titranja $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$
- Konstruktivna interferencija je pojava kad je amplituda rezultantnog titranja maksimalna $A = A_1 + A_2$, a to je ispunjeno kad je $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = n \cdot 2\pi, n = 0, \pm 1, \pm 2, ...$
- Destruktivna interferencija je pojava kad je amplituda rezultantnog titranja minimalna $A = A_1 - A_2$, a to je ispunjeno kad je $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = (2n+1)\pi, n = 0, \pm 1, \pm 2, ...$



Konstruktivna interferencija

Destruktivna interferencija ($A_1 = A_2$)

Zbrajanje dvaju paralelnih harmoničkih titranja različitih frekvencija

- Interferencija dvaju jednostavnih harmoničkih titranja različitih frekvencija na istom pravcu:

$$x_1(t) = A\sin(\omega_1 t + \varphi_1); \quad x_2(t) = A\sin(\omega_2 t + \varphi_2)$$
$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) = A[\sin(\omega_1 t + \varphi_1) + \sin(\omega_2 t + \varphi_2)]$$

- Nakon transformacije izraz poprima oblik:

$$x(t) = 2A\cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right)\sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right)$$

- Iz izraza se vidi da čestica titra kružnom frekvencijom $\frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)$ i amplitudom:

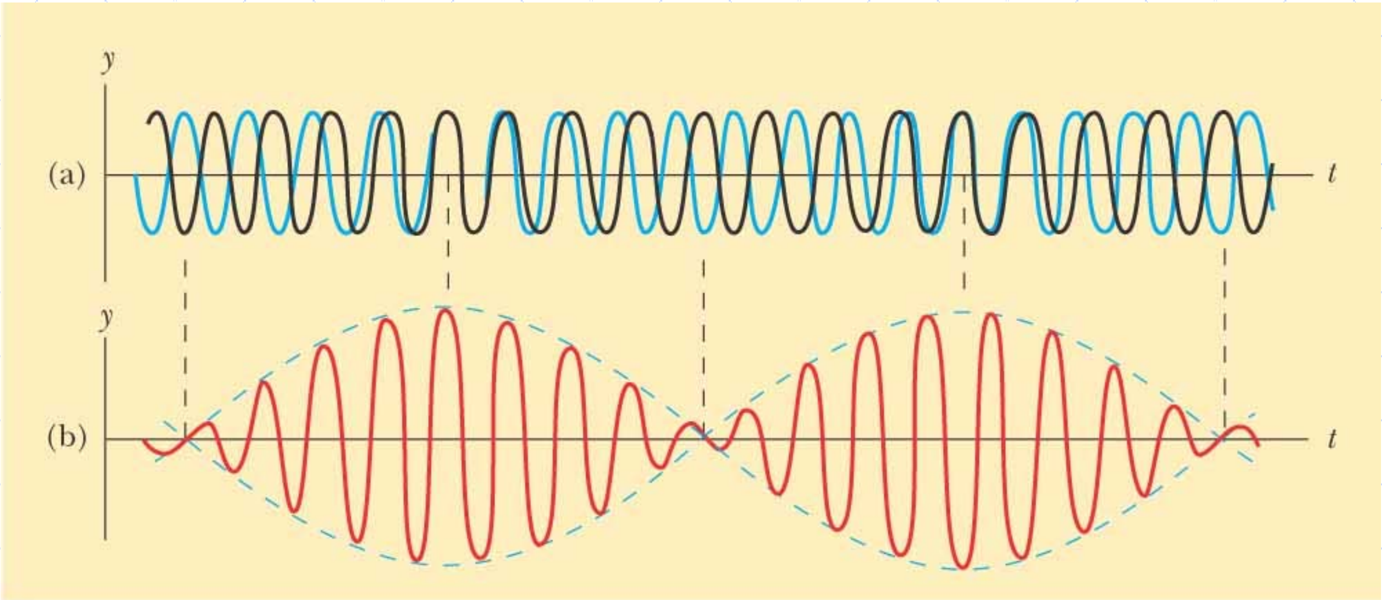
$$a = 2A\cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right)$$

Zbrajanje dvaju paralelnih harmoničkih titranja različitih frekvencija. Udari

- Amplituda rezultantnog vala je modulirana i mijenja se od maksimalne 2 *A* do nule.
- Frekvencija kojom se maksimalna amplituda ponavlja je:

$$f = \left|\frac{\omega_1 - \omega_2}{2\pi}\right| = | f_1 - f_2 |$$

- Kad dvije glazbene viljuške titraju malo različitim frekvencijama, uho čuje niz zvučnih maksimuma ili udara frekvencije $f = | f_1 - f_2 |$.
- Ova pojava može poslužiti za ugađanje muzičkih instrumenata.



Pitanja za provjeru znanja

1. Što je matematičko a što fizikalno njihalo? Što je to fazorski prikaz titranja (prikaz pomoću rotirajućeg vektora)?
2. Napišite jednadžbu gibanja matematičkog njihala, i nađite njena rješenja za mali kut otklona od ravnotežnog položaja te izraz za period titranja .
3. Napišite jednadžbu gibanja fizikalnog njihala, i nađite njena rješenja za mali kut otklona od ravnotežnog položaja te izraz za period titranja.
4. Što je to reducirana dužina fizikalnog njihala, a što središte titranja fizikalnog njihala?
5. Objasnite vezu između jednolikog kružnog gibanja i harmoničkog titranja, što je to fazor.
6. Kad su dva titranja koherentna?
7. Izvedite izraz za rezultantno titranje dvaju koherentnih titranja duž istog pravaca pomoću fazorskog (metoda rotirajućih vektora) prikaza. I diskutirajte pojavu i uvjete konstruktivne i destruktivne interferencije.
8. Što su udari, nađite frekvenciju udara.

Mehanički valovi

(V. Henč-Bartolić i P. Kulišić: “Valovi i optika”, poglavlje 2)

Valovi - Priča

Kada se buba kreće na pijesku unutar nekoliko desetaka centimetara od ovog pješčanog škorpiona, škorpion se u trenu okrene prema bubi namjeravajući je uhvatiti. Škorpion može napraviti ovo bez da bubu vidi ili čuje.

Na koji način škorpion može tako precizno uočiti svoj plijen?

Odgovor ćete saznati nešto kasnije...

Valovi – vrste valova

- Energija se može prenositi od jednog mjesta na drugo na dva načina, gibanjem čestica (tijela) i valovitim gibanjem.
- Val je poremećaj sredstva koji se određenom brzinom širi kroz prostor
- Vrste valova:
  - Mehanički valovi
    - Primjeri: vodeni valovi, zvučni valovi, seizmički valovi ...
    - Osnovna svojstva: ponašaju se prema Newtonovim zakonima i mogu postojati samo unutar nekog sredstva, kao npr. voda, zrak, stijene ...
  - Elektromagnetski valovi
    - Primjeri: svjetlost, radio i TV valovi, mikrovalovi, X-zrake ...
    - Osnovna svojstva: ne zahtijevaju medij za prenošenje (šire se i u vakuumu), svi elektromagnetski valovi putuju kroz vakuum brzinom svjetlosti
  - Valovi materije
    - Valovi pridruženi elektronima, protonima atomima, molekulama ...

Podjele valova

- 1. podjela:
  - Transverzalni valovi – čestice sredstva titraju okomito na smjer širenja vala
  - Longitudinalni valovi – čestice sredstva titraju u smjeru širenja vala.
- 2. podjela:
  - Putujući valovi – gibaju se u određenom smjeru i pri tom se energija prenosi sa čestice na česticu
  - Stojni valovi – neke čestice titraju, a neke stalno miruju; valna slika se ne mijenja s vremenom; energija se ne širi prostorom.
- 3. podjela:
  - Linearni (jednodimenzionalan) valovi – npr. val na žici,
  - Površinski valovi – npr. val na vodi,
  - Prostorni val – npr. zvučni val.

Kako nastaje val

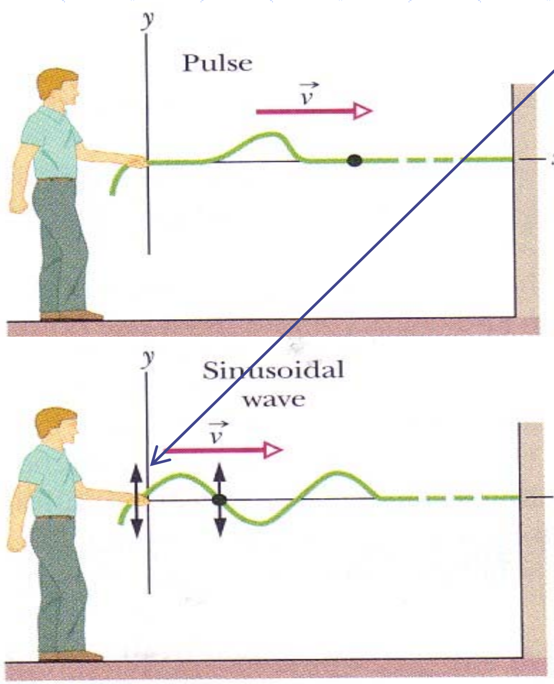
- Izvor vala koji izaziva deformaciju (poremećaj)
- Sredina koja je elastična
- Neki fizikalni mehanizam preko kojeg djelići sredine utječu jedan na drugi.
- Valnim gibanjem se prenosi energija.
- Tvar se ne prenosi valnim gibanjem.
  - količina prenesene energije i mehanizam odgovoran za transport su različiti za različite tipove valova.

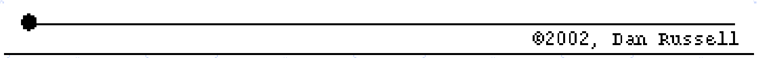
Transverzalni i longitudinalni val

Izvor harmonijskog vala

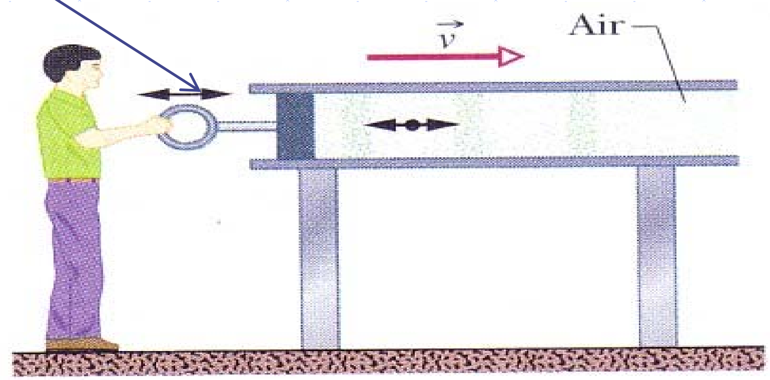
$$y = A\sin \omega t$$

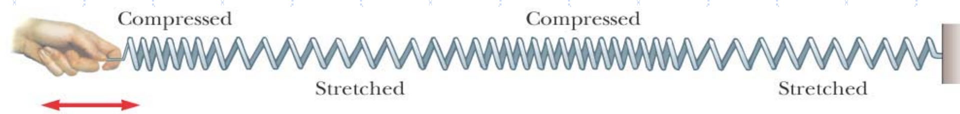
Transverzalni val

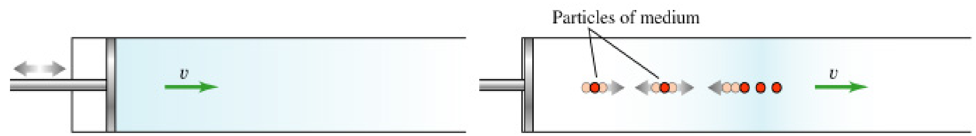


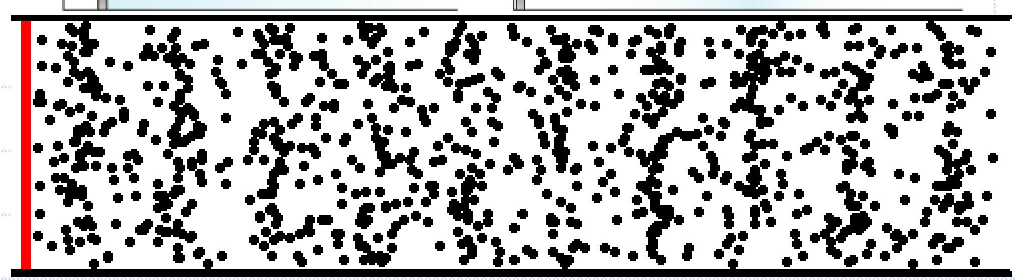


Longitudinali val

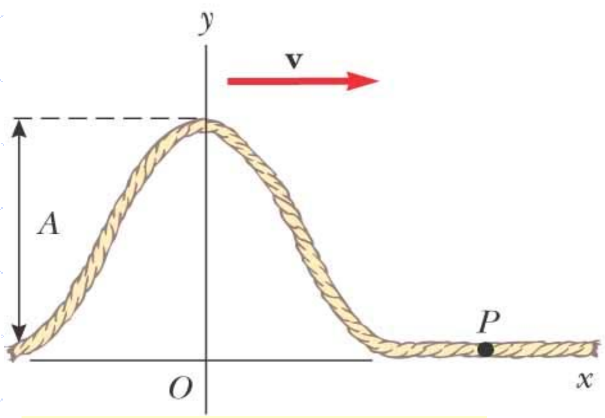


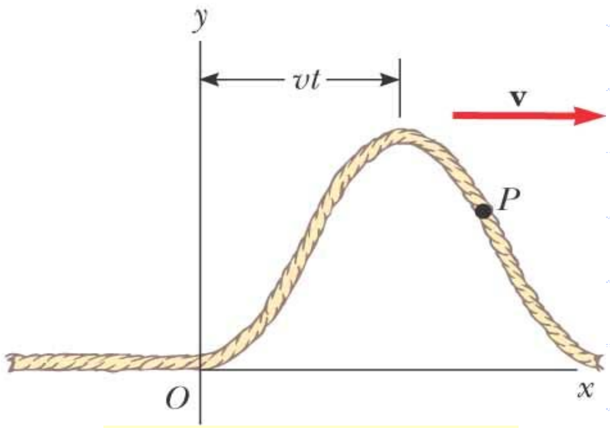






Jednodimenzionalni val (opće rješenje)





Puls u trenutku t=o

$$f(x = 0, t = 0) = A$$

Puls u trenutku t

$$f(x - vt = 0, t = t) = A$$

Jednodimenzionalni val putuje na desno brzinom v. U trenutku t=0 oblik deformacije je f(x). Za kasnija vremena t, oblik deformacije se ne mijenja i deformacija u bilo kojoj točci P je y(x,t)=f(x-vt) za širenje vala na desno. Za širenje vala na lijevo y(x,t)=g(x+vt).

$$y(x,t) = f(x - vt)$$

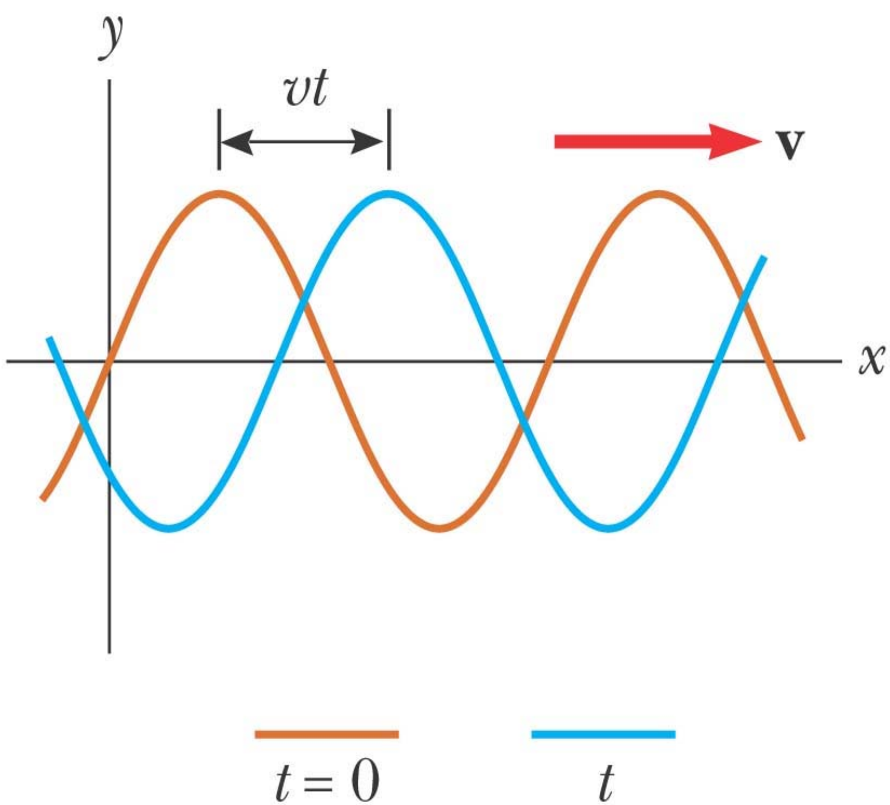
Oblik funkcije koji opisuje širenje vala na desno duž + x osi

$$y(x,t) = g(x + vt)$$

Oblik funkcije koji opisuje širenje vala na lijevo duž – x osi

Najjednostavniji val - harmonički val

- Najjednostavniji valni oblik je harmonički val koji je predstavljen funkcijom sinusa ili kosinusa.
- Smeđa krivulja predstavlja val u trenutku t=0, a plava u nešto kasnijem vremenu t.
- Svaki djelić sredstva harmonički titra s različitim amplitudama.
- Treba razlikovati brzinu širenja vala od brzine titranja čestica oko svojih ravnotežnih položaja.



Superpozicijom harmoničkih valova može se izgraditi bilo koji valni oblik.

Harmonički val – matematički zapis

Pretpostavimo da u izvoru vala, u kojem odaberemo ishodište koordinatnog sustava, čestica harmonički titra:

$$y(x=0,t) = A\sin\,\omega t$$

Titranje će se širiti iz ishodišta i do neke će točke P, udaljene za x od ishodišta, val doći nakon vremena (v je brzina vala):

$$t' = \frac{x}{v}$$

Kada val dođe do čestice na mjestu x, ona će početi harmonički titrati istom frekvencijom ω, ali s razlikom u fazi u odnosu prema titranju čestice u izvoru:

$$y(x,t) = A\sin\,\omega(t-t') = A\sin\,\omega(t-\frac{x}{v}) = A\sin(\,\omega t - \frac{\omega}{v}x)$$

(pri tom smo pretpostavili da se pri širenju vala amplituda ne mijenja)

Harmonički val – matematički zapis (2)

$$y(x,t) = A \sin \omega(t - t') = A \sin \omega(t - \frac{x}{v}) = A \sin(\omega t - \frac{\omega}{v} x)$$

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi f}{v} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \left[\frac{rad}{m}\right]$$

- valni broj

$$\varphi(x,t) = \omega t - \frac{\omega}{v} x = \omega t - kx$$

- faza vala,

$$\omega t - kx = konst;$$

$$\frac{d}{dt}(\omega t - kx) = \omega - k\frac{dx}{dt} = 0 \rightarrow v = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

brzina vala ili fazna brzina tj. brzina kojom se giba pojedina faza vala

Matematički opis harmoničkog vala

- Valno gibanje ima prostornu i vremensku periodičnost.
- Valna duljina λ opisuje prostornu periodičnost, čestice sredstva udaljene za λ imaju istu elongaciju i brzinu u svakom trenutku.
- Vremenska periodičnost definirana je periodom T, to je period titranja pojedine čestice sredstva.

$$y(x,t)=A\sin(\omega t-kx)=A\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x)$$

$$y(x,t)=A\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x)=y(x+\lambda,t)=A\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x-\lambda)$$

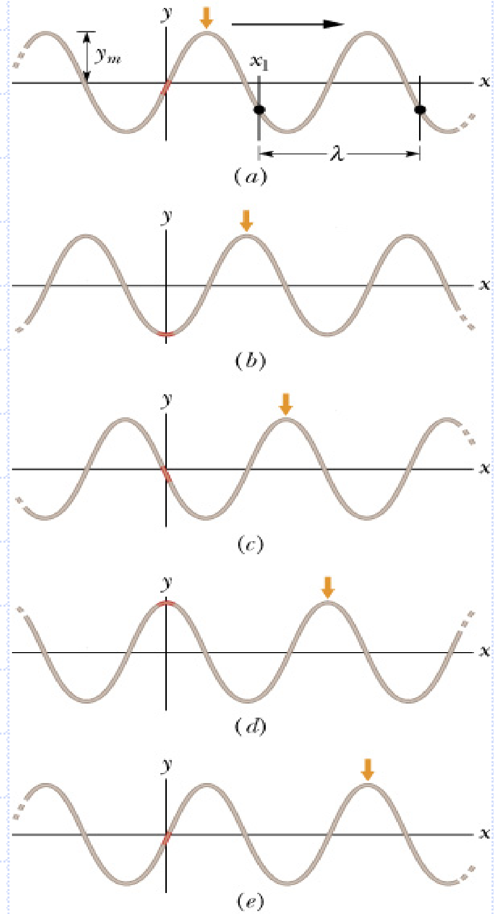
$$=A\sin(\frac{2\pi}{\lambda}vt-\frac{2\pi}{\lambda}x-2\pi)-\text{prostorna periodicnost vala}$$

$$y(x,t)=A\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x)=y(x,t+T)=A\sin\frac{2\pi}{\lambda}(v(t+T)-x)$$

$$=A\sin(\frac{2\pi}{\lambda}vt+\frac{2\pi}{\lambda}(vT=\lambda)-\frac{2\pi}{\lambda}x)=A\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt+2\pi-x)$$

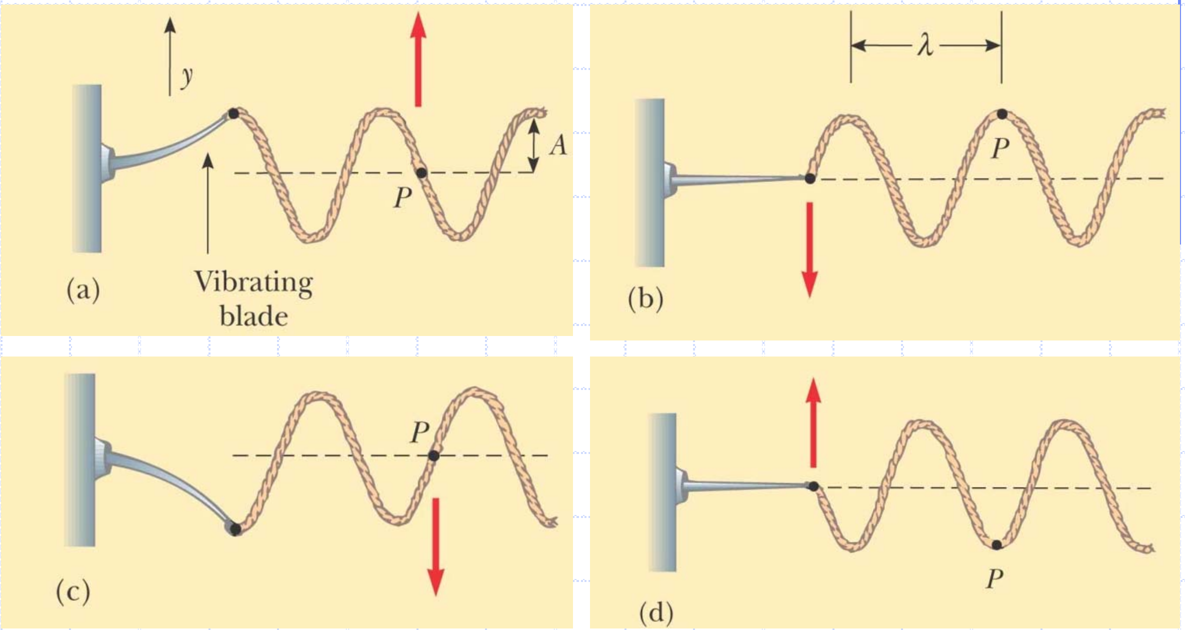
$$=A\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x)-\text{vremenska periodicnost vala}$$

$$\lambda = vT \qquad [\lambda] = m - \text{valna duljina}$$



Harmonički val na užetu

- Jedan kraj užeta pričvršćen za točku koja harmonički titra – izvor vala.
- Svaka čestica užeta harmonički titra, frekvencijom koja je jednaka frekvenciji kojom titra izvor vala, okomito na smjer širenja vala – transverzalni val.
- Brzina titranja pojedine čestice užeta je:



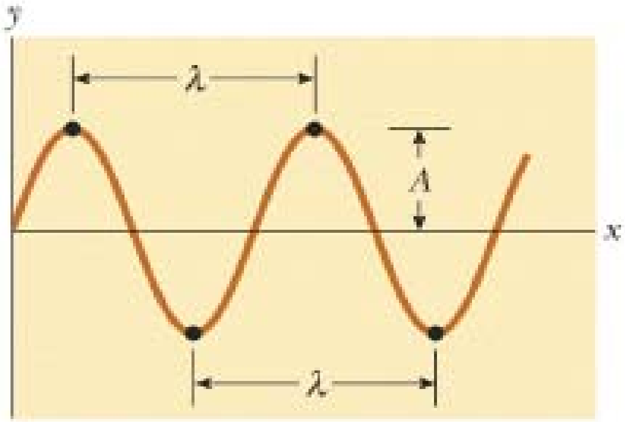
$$y(x,t) = A\sin(\omega t - kx)$$

$$v_y = \left.\frac{\partial y}{\partial t}\right|_{x=konst.} = A\omega\cos(\omega t - kx)$$

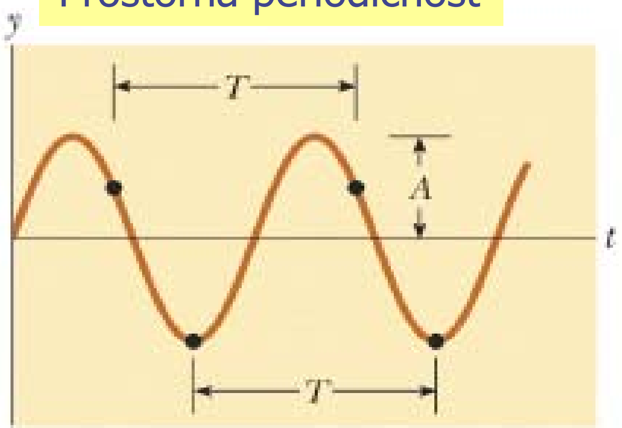
- Akceleracija čestice užeta na mjestu x:

$$a_y = \left.\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right|_{x=konst.} = \left.\frac{\partial v_y}{\partial t}\right|_{x=konst.} = -A\omega^2\sin(\omega t - kx)$$

Harmonički val: period, valna duljina, početna faza



Prostorna periodičnost



Vremenska periodičnost

Valna duljina, λ, je prostorna periodičnost, to je udaljenost između dviju najbližih čestica sredstva u istom mehaničkom stanju, npr. udaljenost između dviju amplituda.

valna duljina

$$\lambda = vT; \quad [\lambda] = m$$

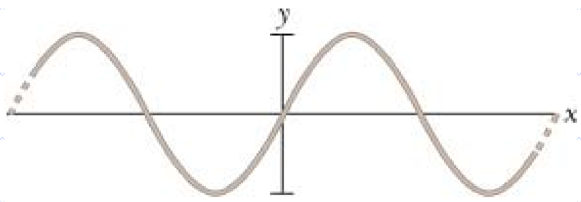
$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}; \quad [k] = \frac{rad}{m}$$

opći oblik harmoničkog vala

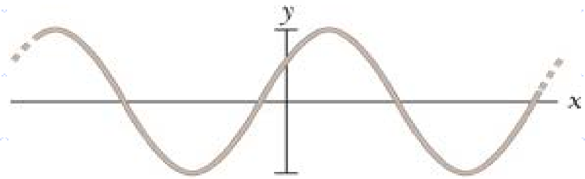
$$y(x,t) = A\sin\underbrace{(\omega t - kx + \varphi)}_{\text{faza}}$$

početna faza

$$\varphi$$



$$A\sin(\omega t - kx)$$



$$A\sin(\omega t - kx + \frac{\pi}{5})$$

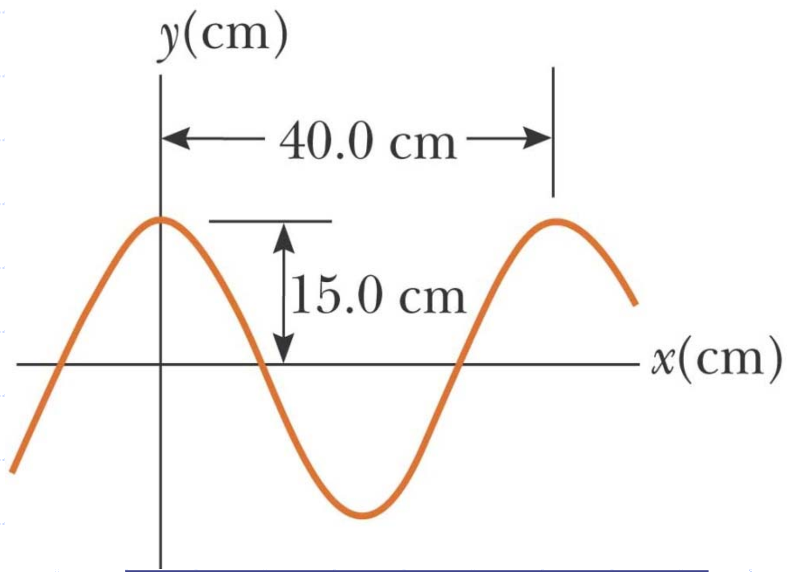
$$\varphi = \frac{\pi}{5}$$

Primjer

- Sinusni val širi se duž pozitivnog smjera x-osi, ima frekvenciju f=8Hz i valnu duljinu iznosa 40 cm. Maksimalni vertikalni pomak sredstva u trenutku t=0 na mjestu x=0 je 15 cm. a) Nađite valni broj k, period T, kutnu frekvenciju ω i brzine propagacije vala
  - Amplituda je maksimalni otklon čestice sredstva, kojim se širi val, od ravnotežnog položaja
  - Valna duljina, λ, je 40.0 cm
  - Amplituda, *A*, je 15.0 cm
  - Jednadžba ovog harmoničkog jednodimenzionalnog vala je:

    $y = A\sin(\omega t - kx + \pi/2) =$

    $= A\cos(\omega t - kx)$



$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{40(cm)} = 0{,}157\ \frac{rad}{m}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 8(\frac{1}{s}) = 50{,}3\ \frac{rad}{s}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{8(s^{-1})} = 0{,}125\ s$$

$$v = \lambda f = 40\ cm \cdot 8\ s^{-1} = 320\ \frac{cm}{s}$$

Objašnjenje "priče"

- Pješčani škorpion upotrebljava i longitudinalne i transverzalne valove kako bi precizno uočio svoj plijen. Kada se buba pokrene (makar i vrlo malo), pošalje kratke pulseve duž površine pijeska. Jedan dio pulseva su longitudinalni, s većom brzinom, dok je drugi dio dio transverzalan s manjom brzinom širenja.
- Škorpion, sa svojih 8 nogu raširenih u krugu promjera oko 5 cm, presretne najprije brži longitudinalni puls i zaključi u kojem se smjeru nalazi buba; to je u smjeru noge koja je najprije uočila puls.
- Nakon toga škorpion "izmjeri" vremenski razmak između primijećenog prvog pulsa i kasnijeg pulsa koji dolazi od transverzalnog vala i taj vremenski razmak upotrebi za određivanje udaljenosti bube