



Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje

Studij računarstva

Fizika 2

Auditorne vježbe - 4

Mehanički valovi.

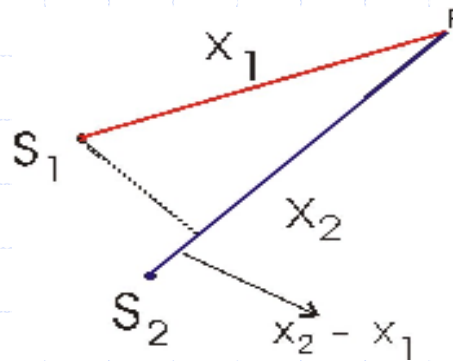
Ivica Sorić

Ivica.Soric@fesb.hr

Ponavljanje: interferencija

- ◆ Princip superpozicije: U svakoj točki preklapanja valova ukupna elongacija čestice medija jednaka je vektorskom zbroju elongacija koje bi imao svaki val za sebe kad ne bi bilo drugog vala. Svaki val širi se kroz sredstvo tako kao da na danom mjestu u određenom trenutku nikakvo drugo valno gibanje ne postoji.
- ◆ Iz izvora S_1 i izvora S_2 šire se dva koherentna harmonijska vala (valovi stalne razlike u fazi i istih frekvencija). U točki P gdje se valovi preklapaju nastaje interferencija te je elongacija prema principu superpozicije jednaka:

$$u_{rez} = u_1(x_1, t) + u_2(x_2, t) = A_1 \cos(\omega t - kx_1) + A_2 \cos(\omega t - kx_2)$$



Konstruktivna interferencija ($A=A_1+A_2$) $x_2 - x_1 = n\lambda$, $n=0,\pm 1,\pm 2$

Destruktivna interferencija ($A=A_1-A_2$) $x_2 - x_1 = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$, $n=0,\pm 1,\pm 2$

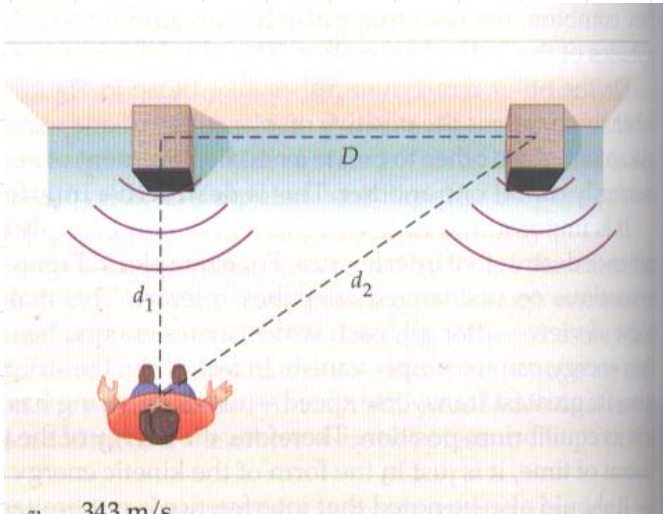
Primjer 1

- ◆ Dva sinusna vala gibaju se u istom smjeru duž napetog užeta. Amplituda svakog vala je 9.8 mm a razlika u fazi je 100° . a) Nađite rezultantni val koji nastaje interferencijom ovih dvaju valova. b) Koja bi fazna razlika u radijanima odnosno izražena u valnoj duljini dala rezultantni val amplitude 4.9 mm?

- ◆ Rješenje: $A_{\text{rez}} = 12.6 \text{ mm}$, $\varphi = 2.636 \text{ (rad)} \approx 0,42\lambda$

Primjer 2

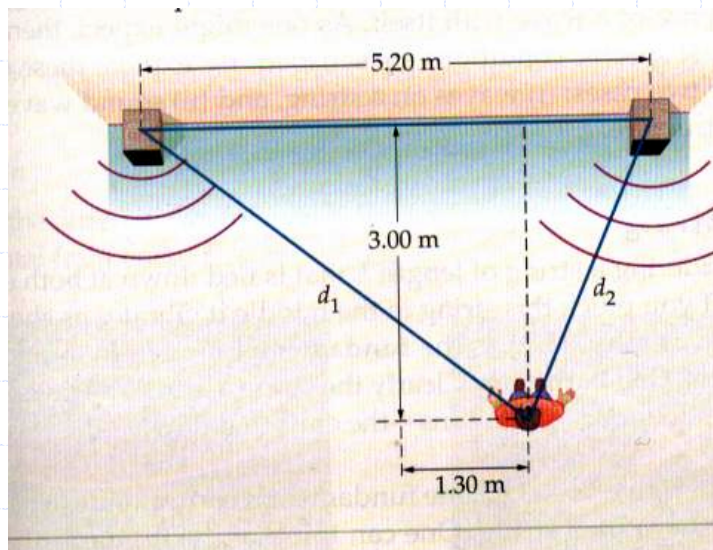
- ◆ Dva zvučnika su udaljena $D=4,3$ m, emitiraju zvukove frekvencije 221 Hz. Zvučnici su u fazi. Osoba koja sluša nalazi se na udaljenosti $d_1=2,8$ m nasuprot jednog od zvučnika. a) Da li slušač opaža konstruktivnu ili destruktivnu interferenciju? b) Kolika bi trebala biti najniža frekvencija koja bi dala konstruktivnu interferenciju?



- ◆ Rješenje: a.) $d_2 - d_1 = 3/2\lambda$, destruktivna, b.) $f = 147$, Hz konstruktivna

Primjer 3

- ◆ Dva zvučnika su udaljena $D=5,2$ m, emitiraju zvukove frekvencije 104 Hz. Zvučnici su u protufazi. Osoba koja sluša nalazi se na udaljenosti $d_1=3$ m od spojnice zvučnika i na 1,3 m od centra između zvučnika. Dali slušač opaža konstruktivnu ili destruktivnu interferenciju?



- ◆ Rješenje: $d_1 - d_2 = 1/2\lambda$ u kombinaciji sa pomakom u fazi za π daje konstruktivnu interferenciju

Ponavljanje: refleksija i transmisija vala

- ◆ Kada val upada na granicu između dvaju sredstava, jedan dio vala se **reflektira**, a ostatak **prelazi** u drugo sredstvo; od upadnog vala nastaje

$$u_u(x, t) = A_u \sin(\omega t - k_1 x)$$

- ◆ **reflektirani val** $u_r(x, t) = A_r \sin(\omega t + k_1 x)$

- ◆ i **transmitirani val** $u_t(x, t) = A_t \sin(\omega t - k_2 x)$

- ◆ Pri tom, na mjestu gdje se gustoća mijenja vrijede sljedeći **rubni uvjeti**:

$$\begin{aligned} u_u + u_r &= u_t \\ \partial(u_u + u_r)/\partial x &= \partial u_t / \partial x \end{aligned}$$

- ◆ Amplituda reflektiranog i transmitiranog vala je:

$$A_r = \frac{v_2 - v_1}{v_1 + v_2} A_u$$

$$A_t = \frac{2v_2}{v_1 + v_2} A_u$$

Primjer 1

- ◆ Dvije žice od različitog materijala spojene su zajedno i napete silom F . Linearna gustoća prve žice četiri je puta manja od gustoće druge žice. Upadni se transversalni val $s = A \sin(\omega t - k_1 x)$ širi kroz prvu žicu brzinom v_1 , dolazi na granicu između dvije žice, gdje se reflektira i lomi.
a) Odredite rezultantni val u prvoj i drugoj žici.
b) Ako je val u $t=0$ stigao na granicu (spoj) žice, nacrtajte oblik žice u $t=2T$ i $t=9T/4$ i envelopu nastalog stojnog vala u prvoj žici.

◆ Rezultat: a)

$$s_1 = s_u + s_r = 2A_u \cos k_1 x \sin \omega t - \frac{4}{3} \sin(\omega t + k_1 x); \quad s_2 = s_t = \frac{2}{3} A_u \sin(\omega t - 2k_1 x)$$

Ponavljanje: stojni val

- ◆ Interferencijom dvaju valova jednakih amplituda i frekvencija koji se šire duž istog pravca u suprotnim smjerovima nastaje stojni val.

- ◆ Stojni val pri refleksiji na čvrstom kraju: $u = u_u + u_r = 2A \sin kx \cdot \sin \omega t$

položaji čvorova: $x_c = n \frac{\lambda}{2}$, položaji trbuha: $x_t = (2n+1) \frac{\lambda}{4}$, $n=0,1,2,3,\dots$

- ◆ Stojni val pri refleksiji na slobodnom kraju: $u = u_u + u_r = 2A \cos kx \cdot \cos \omega t$

položaji čvorova: $x_c = (2n+1) \frac{\lambda}{4}$ položaji trbuha: $x_t = n \frac{\lambda}{2}$

- ◆ Stojni val na žici koja je učvršćena na oba kraja: $u = u_u + u_r = 2A \sin kx \cdot \sin \omega t$

vlastite frekvencije: $f_n = \frac{nv}{2L}$

Primjer 1

- ◆ Dva transverzalna sinusna vala jednakih amplituda $A=0,003$ m i jednakih valnih duljina $\lambda=0,06$ m putuju u suprotnim smjerovima uzduž žice. Brzina vala u žici je $v=1,5$ m/s. Napišite jednadžbe ovih dvaju transverzalnih valova i jednadžbu rezultantnog vala. Nacrtajte oblik žice u vremenu $t=0, 5, 10, 20, 30$ i 40 ms.

- ◆ Rezultati:

$$s_1(x, t) = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \sin(157.08 \text{ s}^{-1} \cdot t - 104.72 \text{ m}^{-1} \cdot x)$$

$$s_2(x, t) = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \sin(157.08 \text{ s}^{-1} \cdot t + 104.72 \text{ m}^{-1} \cdot x)$$

$$s(x, t) = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m} \sin(157.08 \text{ s}^{-1} \cdot t) \cos(104.72 \text{ m}^{-1} \cdot x)$$

Primjer 2

- ◆ Kolika mora biti duljina žice da bi na njoj nastao stojni val:
 - a) ako je žica učvršćena na oba kraja,
 - b) ako je žica učvršćena samo na jednom kraju.Duljinu žice izrazite u valnim duljinama. Nacrtajte za sve te slučajeve tri najjednostavnija nastala stojna vala.

◆ Rezultati: a) $L = n \frac{\lambda}{2}$, b) $L = (2n - 1) \frac{\lambda}{4}$

Primjer 3

- ◆ Violinska žica duljine 31,8 cm ima masu 0,23 g. Ako je ugodimo na osnovnu frekvenciju od 440 Hz, kolika je sila napetosti?

- ◆ Rješenje: $F=14,16 \text{ N}$

Primjer 4

- ◆ Štap duljine $L=1$ m načinjen je od aluminija Youngovog modula elastičnosti $E=70$ GPa i gustoće $\rho=2700$ kg/m³. Koje su vlastite frekvencije titranja štapa u intervalu od 2,5 kHz do 25 kHz, ako je štap učvršćen na sredini?

- ◆ Rezultat: $f_0=2,546$ kHz, $f_1=7,64$ kHz, $f_2=12,7$ kHz, $f_3=17,8$ kHz, $f_4=22,9$ kHz.

Primjer 5

◆ Odredite najniže frekvencije stojnih valova u štapu iz prethodnog primjera u slučajevima kad je štap učvršćen u točki koja je od jednog kraja štapa udaljena za:

- A) $L/3$
- B) $L/4$
- C) $L/5$
- D) $L/6$

◆ Rezultat: a) nema stojnog vala; b) $f_0=5,091$ kHz;
c) nema stojnog vala; d) $f_0=7,638$ kHz

Zadaci za vježbu (1)

◆ V. Henč-Bartolić i dr.: *Riješeni zadaci iz valova i optike*, Poglavlje 2

1. Dva transverzalna sinusna vala jednakih amplituda $A=0,003$ m i jednakih valnih duljina $\lambda=0,06$ m putuju u suprotnim smjerovima uzduž žice. Brzina vala u žici je $v=1,5$ m/s. Napišite jednadžbe ovih dvaju transverzalnih valova i jednadžbu rezultantnog vala. Nacrtajte oblik žice u vremenu $t=0, 5, 10, 20, 30$ i 40 ms.
2. Val oblika $u_u=A_u\sin(k_u x - \omega t)$ širi se kroz neko sredstvo brzinom v_1 . Na mjestu $x=0$ m val prelazi u drugo sredstvo u kojem je brzina širenja $v_2=2v_1$. Nacrtajte oblike upadnog, reflektiranog i transmitiranog vala u tri različita trenutka $t=0$ s, $t=T/4$ i $t=T/2$.
Riješite isti zadatak za slučaj $v_1=2v_2$.

Zadaci za vježbu (2)

3. Na napetom elastičnom konopu učvršćenom na oba kraja nastaju stojni valovi. Razmak između čvorova za harmonik reda n iznosi 28 cm, a za slijedeći harmonik reda $(n+1)$ iznosi 24 cm. Odredite broj n , duljinu konopa i razmak između čvorova za harmonik reda $(n+2)$.

Rezultat: $n = 5$; $L = 0,84 \text{ m}$; $d = 0,21 \text{ m}$

4. Za koliko je postotaka potrebno povećati silu napetosti violinske žice da bi se visina osnovnog tona promijenila za 5%.

Rezultat: 10,25%

5. Metalni štap duljine $L=2 \text{ m}$ ukliješten je u dvjema točkama, koje su od krajeva štapa udaljene za $L/4$. Kolika je frekvencija osnovnog i prvog harmonika, ako je brzina širenja zvuka u štapu 4100 m/s .

Rezultat: $f_1=2,05 \text{ kHz}$; $f_2=6,15 \text{ kHz}$