



Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje

Računarstvo

## Fizika 2

Auditorne vježbe - 7

Elektromagnetski valovi

15. travnja 2009.

Ivica Sorić

(Ivica.Soric@fesb.hr)

## Maxwellove jednačbe – integralni i diferencijalni oblik

	<i>Integralni</i>	<i>Diferencijalni</i>
<b>1.</b>	$\oiint_S \vec{D} d\vec{S} = \iiint_V \rho dV$	$\operatorname{div} \vec{D} = \rho$
<b>2.</b>	$\oiint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$	$\operatorname{div} \vec{B} = 0$
<b>3.</b>	$\oint_K \vec{E} d\vec{s} = -\frac{d}{dt} \iint_S \vec{B} d\vec{S}$	$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
<b>4.</b>	$\oint_K \vec{H} d\vec{s} = \iint_S \vec{J} d\vec{S} + \frac{d}{dt} \iint_S \vec{D} d\vec{S}$	$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

Lorentzova sila

$$\vec{F} = Q \vec{E} + Q \vec{v} \times \vec{B}$$

## Sažetak (1) - Elektromagnetski valovi

Iz Maxwellovih jednačbi slijede valne jednačbe za elektromagnetsko polje:

$$\Delta \vec{E} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

$$\Delta \vec{B} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = 0$$

Valne jednačbe za električno i magnetsko polje po komponentama. Za svaku komponentu vrijedi jednačba:

$$\frac{\partial^2 B_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 B_x}{\partial z^2} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 B_x}{\partial t^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 B_y}{\partial z^2} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 B_y}{\partial t^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 B_z}{\partial z^2} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2} = 0$$

Jedno od rješenja je i ravni harmonijski val

$$\vec{E} = \vec{E}_o \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$$

$$\vec{B} = \vec{B}_o \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$$

$\vec{k} = \frac{\omega}{c} \vec{n}$  - valni vektor,  $\vec{n}$  - jedinični vektor u smjeru širenja vala

## Sažetak (2) – Elektromagnetski valovi

◆ Pri širenju elektromagnetskih valova **električno polje inducira magnetsko i obratno.**

◆ **Brzina širenja** elektromagnetskih valova u sredstvu s određenom dielektričnošću  $\epsilon$  i permeabilnošću  $\mu$  je

$$v = 1/\sqrt{\epsilon\mu}$$

◆ Brzina širenja elektromagnetskog vala **u vakuumu** ( $\epsilon = \epsilon_0$ ,  $\mu = \mu_0$ ) iznosi:

$$v = c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0} = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

◆ Pri prijelazu elektromagnetskog vala iz sredstva u kojem se širi jednom brzinom u sredstvo u kojem se širi nekom drugom brzinom **mijenja se valna duljina vala, dok frekvencija ostaje nepromijenjena.**

◆ **Amplitude električnog i magnetskog polja** u svakom trenutku povezane su relacijom:

$$E/H = \sqrt{\mu/\epsilon} \quad E = Bc$$

## Sažetak (3) – Energija elektromagnetskog vala

- ◆ Elektromagnetski val **prenosi energiju** kroz prostor.
- ◆ **Gustoća toka energije**, tj. **intenzitet** elektromagnetskog vala, je energija koju ravni elektromagnetski val u jedinici vremena prenese kroz jedinicu površine.
- ◆ **Gustoća toka energije** je vektorska veličina, a smjer joj je jednak smjeru širenja vala i zove se **Poyntingov vektor**:

$$\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H} = \frac{1}{\mu} (\vec{E} \times \vec{B})$$

- ◆ Gustoća toka energije mijenja se s vremenom, a njena **srednja vrijednost** iznosi:

$$\bar{P} = \frac{1}{2} E_0 H_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_0^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} H_0^2$$

## Primjer 1

- ◆ Sinusni ravni val frekvencije  $f=40$  MHz širi se u slobodnom prostoru u smjeru x-osi. Odredite valnu duljinu i period vala te maksimalnu vrijednost magnetskog polja ako je maksimalna vrijednost električnog polja  $750$  N/C duž osi x. Napišite komponente električnog i magnetskog polja.

- ◆ Rješenje:  $\lambda=7,5$  m,  $T=2,5 \times 10^{-8}$  s,  $B_{\max}=2,5 \times 10^{-6}$  T,  $E=750 \cos(\omega t - kx)$ ,  
 $B=2,5 \times 10^{-6} \cos(\omega t - kx)$ ,  $\omega=2,51 \times 10^8$  rad/s,  $k=0,838$  rad/m

## Primjer 2

- ◆ Procijenite maksimalni iznos električnog i magnetskog polja svjetlosti iz žarulje snage 60W koja pada na stranicu papira. Udaljenost od žarulje do papira je 30 cm. Uzmite da je efikasnost konverzije električne energije u svjetlost za žarulju 5%, te da je žarulja izvor kuglastog vala.

- ◆ Rješenje:  $E_{\max}=45 \text{ V/m}$ ,  $B_{\max}=1,5 \times 10^{-7} \text{ T}$

## Primjer 3

◆ Intenzitet Sunčevog zračenja na Zemlji je  $1000 \text{ W/m}^2$ . Izračunajte ukupnu snagu koja pada na krov dimenzija  $8 \text{ m} \times 20 \text{ m}$ .

◆ Rješenje: Ukupna snaga =  $160 \text{ kW}$

Kad bi se sva ova energija mogla pretvoriti u električnu energiju to bi bilo više nego dovoljna za jedno kućanstvo. Efikasnost konverzije solarne energije u električnu je samo oko  $10 \%$  za fotonaponske ćelije. Efikasnost konverzije solarne energije u toplinsku i do  $50 \%$ .



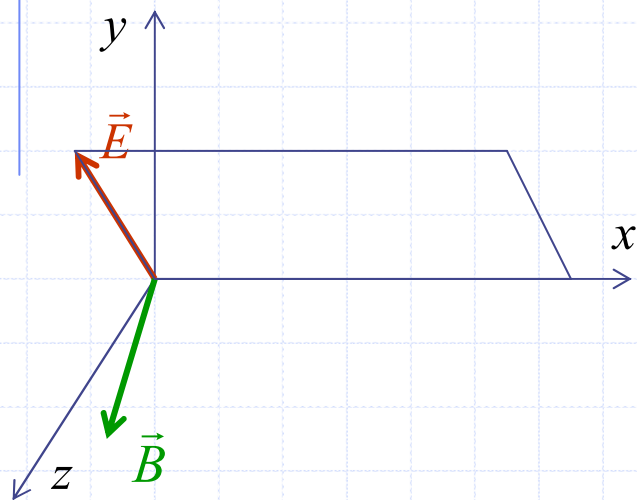
## Primjer 4

- ◆ Optimalna dužina antene je pola valne duljine. Odredite koja je optimalna dužina auto antene ako se prima signal frekvencije 94 MHz.

- ◆ Rješenje:  $\lambda=3,19$  m, dužina antene 1,6 m, ali iz praktičnih razloga atene u autu su obično  $\frac{1}{4} \lambda$

## Primjer 5

- ◆ Ravni harmonijski val linearno polariziran valne duljine  $0,5 \times 10^{-6}$  m širi se u pozitivnom smjeru osi  $x$  u vakuumu. Amplituda njegovog električnog polja iznosi 32 V/m. Ravnina titranja vektora električnog polja zatvara kut od  $30^\circ$  s  $xz$  ravninom. Napišite izraze za vektor električnog polja i magnetske indukcije.



- ◆ Rješenje:  $E_y = 16 \sin 2\pi(2 \times 10^6 x - 6 \times 10^{14} t)$   $E_z = 27,7 \sin 2\pi(2 \times 10^6 x - 6 \times 10^{14} t)$   
 $B_z = 5,35 \times 10^{-8} \sin 2\pi(2 \times 10^6 x - 6 \times 10^{14} t)$   
 $B_y = -9,27 \times 10^{-8} \sin 2\pi(2 \times 10^6 x - 6 \times 10^{14} t)$

## Primjer 6

- ◆ Elektromagnetski val širi se u feromagnetskom materijalu relativne dielektrične konstante  $\epsilon_r=10$  i magnetske permeabilnosti  $\mu_r=1000$ . Kolika je brzina širenja vala? Kolika je valna duljina valova frekvencije 100 Mhz u tom materijalu?

- ◆ Rješenje:  $v=3 \times 10^6$  m/s,  $\lambda=0,03$  m

## Primjer 7

- ◆ Izračunajte indeks loma za staklo relativne dielektrične konstante 2,5. Za prozirne materijale  $\mu_r \approx 1$ .

- ◆ Rješenje:  $n=1,58$

## Primjer 8

- ◆ Valna duljina crvene svjetlosti u vakuumu iznosi 650 nm. Kolika će biti u staklu indeksa loma 1,54?

◆ Rješenje:  $\lambda=464$  nm

## Zadaci za vježbu

- ◆ V. Henč-Bartolić i dr.: *Riješeni zadaci iz valova i optike*, Poglavlje 4