

5. Funkcije više varijabli - 3. dio

1. Odredite lokalne ekstreme funkcije

(a) $f(x, y) = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 10$

(b) $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 2x - y$

(c) $f(x, y) = e^{x-y}(x^2 - 2y^2)$

2. Odredite lokalne ekstreme funkcije

(a) $f(x, y) = \sin x + \sin y + \cos(x + y)$ za $x, y \in \langle 0, \frac{\pi}{2} \rangle$

(b) $f(x, y) = \sin x + \cos y + \cos(x - y)$ za $x, y \in \langle 0, \frac{\pi}{2} \rangle$

3. U xy -ravnini odredi točku $T(x, y)$ za koju je zbroj kvadrata udaljenosti od pravaca $x = 0$, $y = 0$ i $x + 2y - 16 = 0$ najmanji.

4. Izračunajte najkraću udaljenost točke $T(1, 0, -2)$ do ravnine $x + 2y + z = 4$.

5. Odredite stranice kvadra zadanog volumena V koji ima najmanje oplošje.

6. Pravokutna kutija bez poklopca treba se napraviti od 12 m^2 kartona. Izračunajte maksimalan volumen takve kutije.

7. Odredite lokalne ekstreme funkcije z zadane implicitno

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 10 = 0.$$

8. Odredite lokalne ekstreme funkcije

$$u(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - xy + x - 2z.$$

9. Odredite globalne ekstreme funkcije

$$f(x, y) = x^2 - 2y^2 + 4xy - 6x - 1$$

na skupu $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 3\}$.

10. Odredite najveću i najmanju vrijednost funkcije

(a) $f(x, y) = x^2 - y^2$ ako je $x^2 + y^2 \leq 1$

(b) $f(x, y) = x^2 + y^2 - 12x + 16y$ ako je $x^2 + y^2 \leq 25$

11. Odredite ekstreme funkcije
- (a) $f(x, y) = x + 2y$ uz uvjet $x^2 + y^2 = 5$
 - (b) $f(x, y) = 6 - 4x - 3y$ uz uvjet $x^2 + y^2 = 1$
12. Pomoću uvjetnih ekstrema odredite maksimalnu površinu jednako-kračnog trokuta upisanog u kružnicu radijusa R .
13. Pomoću uvjetnih ekstrema odredite maksimalni volumen stošca upisanog u kuglu radijusa 1.
14. Na elipsi $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ odredite točke koje su najmanje i najviše udaljene od pravca $3x - y - 9 = 0$.
15. Odredite ekstreme funkcije $f(x, y, z) = x - 2y + 2z$ uz uvjet $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.
16. Odredite ekstreme funkcije $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + xz$ uz uvjet $x + 2y + 3z = 1$.
17. U ravnini $x + y - 2z = 0$ odredite točku za koju je zbroj kvadrata udaljenosti od ravnina $x + 3z - 6 = 0$ i $y + 3z - 2 = 0$ najmanji.
18. U trokutu ABC površine P i stranica a, b, c odredite točku O takvu da je produkt udaljenosti te točke do stranica trokuta maksimalan.