

6. Višestruki integrali - 2. dio

1. Postavite granice za integral $I = \iiint_V f(x, y, z) dx dy dz$ ako je područje V :

- (a) kugla radijusa 2 sa središtem u ishodištu,
- (b) unutrašnjost stošca $z^2 = x^2 + y^2$ uz uvjet $0 \leq z \leq 5$.

2. Izračunajte integral $\iiint_V x^3 y^2 z dx dy dz$ ako je

$$V \dots \begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq x \\ 0 \leq z \leq xy \end{cases}.$$

3. Izračunajte integral $\iiint_V \frac{dx dy dz}{(1 + x + y + z)^3}$ ako je područje V omeđeno ravninama: $x = 0, y = 0, z = 0, x + y + z = 1$.

4. Izračunajte integral $\iiint_V (x + y + z) dx dy dz$ ako je područje V omeđeno ravninama: $x = 0, x = 1, y = 0, y = 1, z = 0, z = 1$.

5. Izračunajte integral $\iiint_V z \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz$ ako je

$$V \dots \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 2x \\ 0 \leq y \\ 0 \leq z \leq a \end{cases}.$$

6. Izračunajte integral $\iiint_V (x^2 + y + z^2)^3 dx dy dz$ ako je

$$V \dots \begin{cases} x^2 + z^2 \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 1 \end{cases}.$$

7. Izračunajte integral $\iiint_V \sqrt{1 + (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} dx dy dz$ ako je $V \dots x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

8. Izračunajte pomoću trostrukog integrala volumen tijela omeđenog ploham

- (a) $2z = x^2 + y^2$ i $y + z = 4$;
- (b) $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ i $z^2 = x^2 + y^2$ izvan stošca;

- (c) $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ i $x^2 + y^2 = 3z$ unutar paraboloida;
 (d) $(x - 1)^2 + y^2 = z$ i $2x + z = 2$.

9. Izračunajte volumen tijela omeđenog plohami

- (a) $z = 4 - y^2, z = 2 + y^2, x = -1$ i $x = 2$;
 (b) $z = x^2 + y^2$ i $z = x + y$;
 (c) $x = 3, y = \frac{x}{3}, y = \frac{2}{3}x, z = 0$ i $z = -\frac{x}{3} + 3$;
 (d) $(z - 1)^2 + y^2 = x$ i $x + 2z = 2$.

10. Izračunajte volumen kugle radijusa R .

11. Izračunajte koordinate težišta homogenog stošca čija je visina h i radijus baze R .

12. Izračunajte koordinate težišta homogenog tijela omeđenog plohami $x^2 + y^2 + z^2 = 2z$ i $x^2 + y^2 = z^2$ unutar stošca.