3. Derivacije i primjene - 3. dio

1. Odredite ekstreme, infleksije, intervale monotonosti i zakrivljenosti funkcija

   (a) $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 5$;
   (b) $f(x) = x^2 e^{-x}$.

2. Odredite ekstreme i infleksije funkcije $f(x) = \sin x + \dfrac{1}{2} \sin 2x$.

3. Odredite ekstreme i intervale monotonosti funkcija

   (a) $f(x) = \dfrac{\ln x}{x} e^{-\ln^2 x}$;
   (b) $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{1-x}} e^x$.

4. Odredite $a \in \mathbb{R}$ tako da $f(x) = \dfrac{x+a}{x^2+a}$ ima infleksiju u $x = 1$, a zatim odredite sve infleksije funkcije f.

5. Odredite maksimalan volumen kružnog stošca izvodnice s.

6. Od pravokutne ploče sa stranicama a i b odlomljen je trokut sa stranicama c i d. Iz preostalog dijela treba izrezati novu pravokutnu ploču maksimalne površine.

7. Presjek kanala za dovod vode ima oblik pravokutnika s polukrugom. Uz zadanu površinu P presjeka izračunajte polumjer polukruga tako da troškovi izgradnje budu što manji (troškovi su proporcionalni opsegu presjeka).

8. Iz kvadratne limene ploče stranice a izrežu se kutovi tako da se od nastalog komada može napraviti kvadratna kutija (bez poklopca) maksimalnog volumena. Odredite taj volumen.

9. Na krugu polumjera r zadana je točka A. Treba povući tetivu BC paralelnu tangenti u točki A tako da površina trokuta ABC bude maksimalna.

10. U prvi kvadrant elipse $\dfrac{x^2}{18} + \dfrac{y^2}{2} = 1$ upišite pravokutnik maksimalne površine. Odredite mu stranice.

11. Iz okruglog trupca treba istesati gredu pravokutnog presjeka tako da

    (a) bude što manje otpadaka;

    (b) nosivost grede bude što veća (nosivost grede proporcionalna je širini i kvadratu visine grede).

12. Brod je udaljen od najbliže točke A na obali 9 km. Čovjek u brodu mora što hitnije stići u mjesto udaljeno 15 km duž obale od točke A. Ako vesla brzinom od 4 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$, a pješači brzinom od 5 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$, gdje se čovjek mora iskrcati da bi stigao što prije u mjesto.

13. Odredite volumen najvećeg valjka upisanog u kuglu zadanog polumjera R.

14. Na krivulji $y = e^{-x}$ odredite točku T tako da tangenta na tu krivulju u točki T u prvom kvadrantu s koordinatnim osima zatvara trokut maksimalne površine.

15. Na kružnici $x^2 + y^2 = R^2$ odredite tangentu s diralištem u prvom kvadrantu tako da duljina odreska te tangente među koordinatnim osima bude minimalna.