

Nizovi i redovi, 2. dio - Rješenja

1. (a) $q = \frac{1}{e} < 1 \Rightarrow$ red konvergira;

(b) $q = +\infty > 1 \Rightarrow$ red divergira;

(c) $q = +\infty > 1 \Rightarrow$ red divergira;

(d) $q = \frac{1}{a} < 1 \Rightarrow$ red konvergira.

2. (a) $q = 0 < 1 \Rightarrow$ red konvergira;

(b) $q = \frac{3}{\pi} < 1 \Rightarrow$ red konvergira;

(c) $q = \frac{1}{e} < 1 \Rightarrow$ red konvergira;

(d) $q = +\infty > 1 \Rightarrow$ red divergira.

3. (a) divergira; (b) divergira; (c) divergira; (d) konvergira.

4. (a) konvergira; (b) konvergira.

5. (a) konvergira; (b) konvergira.

6. (a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 0 < 1 \Rightarrow$ red konvergira;

(b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = +\infty > 1 \Rightarrow$ red divergira;

(c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = \frac{1}{e^4} < 1 \Rightarrow$ red konvergira;

(d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = e^2 > 1 \Rightarrow$ red divergira;

(e) $a_n > \frac{1}{n}$ i $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ divergira \Rightarrow red divergira;

(f) Prema Leibnizovom kriteriju red konvergira.

(g) $\sum_{n=0}^{\infty} |a_n| = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n$ je geometrijski red za $q = \frac{2}{3} < 1 \Rightarrow$
red apsolutno konvergira \Rightarrow red konvergira;

(h) $|a_n| \leq \frac{1}{\sqrt{n^3}}$ i $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3}}$ konvergira \Rightarrow red apsolutno konvergira \Rightarrow
red konvergira.

7. (a) $\frac{11}{18}$; (b) $\frac{1}{4}$; (c) $\frac{1}{3}$; (d) $\frac{1}{2}$; (e) $1 - \sqrt{2}$.

8. (a) $[-3, 3]$;

(b) $[-1, 1]$;

(c) $[-10, 10]$;

(d) $[0, +\infty)$;

(e) $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$;

(f) $[0, 2]$.