

3. Određeni integral - 2. dio

1. Odrediti površinu lika omeđenog parabolom $y = x^2$, pravcima $x = -1$, $x = 2$ i osi x .
2. Odrediti površinu lika omeđenog krivuljama $x^2 + y^2 = 2$, $y = x^2$ (unutar parabole).
3. Izračunati površinu lika omeđenog parabolom $y = 2x - x^2$ i pravcem $y = -x$.
4. Izračunati površinu lika omeđenog parabolom $y = \frac{3}{4}x^2$ i pravcem $x + y = 5$.
5. Odrediti površinu koju omeđuje astroida $x = a \cos^3 t$, $y = a \sin^3 t$, $t \in [0, 2\pi]$.
6. Odrediti površinu lika omeđenog Bernoullijevom lemniskatom $r^2 = a^2 \cos(2\varphi)$.
7. Odrediti površinu lika omeđenog kardiodom $r = a(1 + \cos \varphi)$.
8. Odrediti opseg lika omeđenog krivuljama $y^3 = x^2$, $y = \sqrt{2 - x^2}$.
9. Odrediti duljinu luka krivulje $y^2 = (x - 1)^3$ između točaka $A(2, -1)$, $B(5, -8)$.
10. Odrediti duljinu luka krivulje $x = \frac{1}{3}t^3 - t$, $y = t^2 + 2$ od $t = 0$ do $t = 3$.
11. Odrediti duljinu luka krivulje $x = e^t \cos t$, $y = e^t \sin t$ od $t = 0$ do $t = \ln \pi$.
12. Odrediti duljinu luka krivulje $r = a \cos^3 \frac{\varphi}{3}$ od $\varphi = 0$ do $\varphi = \frac{\pi}{2}$.
13. Odrediti duljinu luka kardioide $r = a(1 + \cos \varphi)$.

14. Odrediti volumen tijela koje nastaje rotacijom lika omeđenog parabolom $y = x^2$, osi y i pravcem $y = 1$ oko osi y .
15. Izračunati volumen tijela koje nastaje kada luk parabole $y^2 = 2x$, $x \in [0, 5]$, rotira oko osi y .
16. Odrediti volumen tijela koje nastaje rotacijom astroide $x = a \cos^3 t$, $y = a \sin^3 t$ oko osi y .
17. Naći volumen tijela koje nastaje rotacijom jednog svoda cikloide $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ oko osi x .
18. Odrediti površinu plohe koja nastaje rotacijom luka parabole $y^2 = 4x$ oko osi x od $x_1 = 0$ do $x_2 = 4$.
19. Odrediti površinu plohe koja nastaje rotacijom oko osi x jednog poluvala sinusoide $y = \sin x$.
20. Trapeznom formulom, za $n = 5$, izračunati vrijednost integrala $I = \int_1^2 \ln x dx$.
21. Pomoću Simpsonove formule, za $n = 2$, izvesti približnu formulu za duljinu luka elipse $x = a \cos t$, $y = b \sin t$ od $t = 0$ do $t = \frac{\pi}{2}$.
22. Koristeći trapeznu formulu, $n = 4$, izračunati vrijednost integrala $I = \int_0^\pi f(x) dx$, gdje je

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x > 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}.$$

23. Izračunati integral $I = \int_1^9 \sqrt{6x - 5} dx$ primjenom Simpsonove formule ($n = 8$).