

Ime i prezime _____

1.	2.	3.	4.	5.	Σ

1. (10 bodova) Odredite i skicirajte područje definicije funkcije

$$f(x, y) = \sqrt{\frac{y-x}{x}} + \ln(1 - x^2 - y^2).$$

Odredite $\frac{\partial f}{\partial x}$ i $\frac{\partial f}{\partial y}$.

2. (10 bodova) Odredite ekstreme funkcije

$$f(x, y) = 6 - 4x - 3y$$

uz uvjet $x^2 + y^2 = 1$.

3. (10 bodova) Izračunajte površinu lika omeđenog krivuljom $y = \frac{2}{x}$ i pravcima $y = x$, $y = 2x$, u prvom kvadrantu.

4. (10 bodova) Izračunajte $\int \int_V x^3 y^2 z \, dx dy dz$ gdje je područje V određeno nejednadžbama

$$0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq x, \quad 0 \leq z \leq xy.$$

Rješenja:

1. $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, y \geq x, x^2 + y^2 < 1\} \cup \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x < 0, y \leq x, x^2 + y^2 < 1\}$.

$$\frac{\partial f}{\partial x} = -\frac{y}{2x^2} \sqrt{\frac{x}{y-x}} - \frac{2x}{1-x^2-y^2}, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{1}{2x} \sqrt{\frac{x}{y-x}} - \frac{2y}{1-x^2-y^2}.$$

2. $T_1(\frac{4}{5}, \frac{3}{5})$ - lokalni minimum, $T_2(-\frac{4}{5}, -\frac{3}{5})$ - lokalni maksimum.

3. $P = \ln 2$.

4. $I = \frac{1}{110}$.